

Предисловие ко второму тому

Материал первого тома, состоящий из четырех глав:

Глава I. Основные понятия, структуры, инструменты, цели и задачи финансовой теории и финансовой инженерии,

Глава II. Стохастические модели. Дискретное время,

Глава III. Стохастические модели. Непрерывное время,

Глава IV. Статистический анализ финансовых данных,

— относился к «фактам» и «моделям» финансовой статистики, экономики, математики, инженерии и т. п.

В первой главе излагались разнообразные факты о финансовых рынках и их функционировании. Были изложены также основные положения ряда классических и неоклассических финансовых теорий, результаты которых помогают пониманию структуры «рационально» устроенных стохастических финансовых рынков и пониманию того, каким должно быть «рациональное» поведение инвесторов, трейдеров и т. п. на таких рынках. В целом эта глава, носящая описательный характер, призвана служить введением в финансовую математику и финансовую инженерию.

В четвертой главе приведены результаты статистического анализа распределений вероятностей временных рядов, описывающих эволюцию финансовых цен, индексов, обменных курсов и т. п. Выявленные свойства («отклонение от гауссовости», «вытянутость» и «тяжелые хвосты» у плотностей распределений вероятностей величин «возврата», «долгая память» и «высоко-частотный» характер в поведении цен и т. п.) помогают построению адекватных моделей динамики финансовых показателей, что особенно важно, если иметь в виду задачи предсказания будущего движения этих показателей.

Вторая и третья главы содержат большой материал относительно разнообразных моделей распределений вероятностей, моделей случайных последовательностей и случайных процессов, многие из которых с успехом используются и в финансовой теории, и в финансовой инженерии.

Материал настоящего, второго тома, посвященного «Теории», также состоит из четырех глав:

Глава V. Теория арбитража в стохастических финансовых моделях. Дискретное время,

Глава VI. Теория расчетов в стохастических финансовых моделях. Дискретное время,

Глава VII. Теория арбитража в стохастических финансовых моделях. Непрерывное время,

Глава VIII. Теория расчетов в стохастических финансовых моделях. Непрерывное время.

В основе всего изложения лежит концепция *арбитража*, которая помогает среди разнообразных моделей финансовых рынков выделить прежде всего «справедливо» устроенные, на которых отсутствуют арбитражные возможности.

Ключевым результатом пятой главы является *первая фундаментальная теорема теории расчетов финансовых активов*, которая (с некоторыми оговорками) утверждает, что *безарбитражный рынок* — это такой рынок, для которого существует так называемая риск-нейтральная (или мартингальная) мера, относительно которой цены образуют *мартингал*.

С *полными* рынками, характеризуемыми тем, что на них возможно построение такого портфеля ценных бумаг, что его капитал будет (в заранее определенный момент времени в будущем) воспроизводить требуемое платежное поручение, связана *вторая фундаментальная теорема*.

В соответствии с этой теоремой на безарбитражном рынке полнота имеет место тогда и только тогда, когда существует только *одна* мартингальная мера.

В расширенном варианте второй фундаментальной теоремы описывается также и структура цен в полных безарбитражных моделях финансовых рынков.

Теории *расчетов* в стохастических финансовых моделях с дискретным временем, основанной на первой и второй фундаментальных теоремах, посвящается шестая глава. Основным здесь является понятие *хеджирования* как метода динамического управления портфелем ценных бумаг. Выведенные формулы для цены (стоимости) хеджирования и изложенные методы отыскания оптимальных хеджирующих стратегий на полных и неполных рынках применяются к расчетам опционов европейского и американского типов.

Седьмая и восьмая главы относятся к случаю непрерывного времени. Излагаются результаты *теории арбитража* в стохастических финансовых моделях, описываемых с привлечением понятий семимартингалов и случайных мер, и приводятся различные версии аналогов первой и второй фундаментальных теорем. Следует при этом подчеркнуть, что соответствующее изложение (седьмая глава) является более сложным по сравнению со случаем дискретного времени (пятая глава) и опирается на многие весьма глубокие результаты *стохастического исчисления*.

Последняя глава (восьмая) посвящена применению результатов теории арбитража для *расчетов* в финансовых моделях с непрерывным временем. При этом основное внимание уделяется расчетам разного рода *опционов*.

Изложение начинается с *формулы Башелье* для рациональной стоимости стандартного опциона (покупателя) европейского типа в линейной модели Башелье, явившейся прототипом известной *формулы Блэка и Шоулса*, для которой дается несколько выводов. Большой материал отводится расчетам опционов американского типа как в диффузионных моделях акций, так и в диффузионных моделях облигаций.

В заключение отметим, что оглавление дает достаточно полное представление об излагаемом материале. Отметим также, что нумерация страниц во втором томе (441—904) продолжает нумерацию страниц первого тома.

Москва
1995—1997

А. Ширяев
МИРАН и МГУ