

Предисловие

Настоящий учебник и компьютерный практикум предназначен для студентов экономических, управленческих и гуманитарных специальностей. Он отражает наш многолетний опыт чтения курсов теории вероятностей и математической статистики студентам различных бакалаврских программ Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова и других вузов.

Книга представляет читателю основные понятия и факты теории вероятностей в объеме, необходимом для понимания последующих учебных дисциплин и курсов, в которых присутствует концепция случайности. В первую очередь это статистические дисциплины, но не только. Идея случайности, случайной изменчивости существенна для многих наук, прежде всего в тех их разделах, где речь идет о сборе, интерпретации и обобщении данных наблюдений и опытов.

Теория вероятностей представлена в учебнике как естественная наука. Это значит, что основную ценность в ней составляют выработанные понятия и связи между ними, а не математический формализм их описания и представления. И хотя теорию вероятностей нельзя изложить иначе, как на языке математики, мы старались обходить математические сложности. В книге использованы лишь простые средства математического анализа (интегралы и ряды). Мы приводим лишь несложные математические доказательства. При обсуждении технически сложных вопросов (таких как центральная предельная теорема) мы прибегаем к объяснениям, обсуждениям, подтверждающим примерам и вычислениям, но не к математическим доказательствам.

Важное место в книге занимает компьютерный практикум в пакетах **EXCEL** и **R**. Это связано с тем, что всё больше вероятностных расчетов, не говоря уже о статистической обработке и анализе данных, стало проводиться с использованием компьютерных средств непосредственно на семинарах по курсам теории вероятностей и математической статистики. Замена умозрительного представления о случайном эксперименте его компьютерным моделированием позволяет наглядно обсуждать важнейшие типы таких экспериментов как: выбор из конечной совокупности, испытания Бернулли, выбор из различных распреде-

лений вероятностей. Опыт вероятностных расчетов на компьютере не только позволяет сместить акценты с вычислительных трудностей на интерпретацию получаемых результатов, но, главное, дает хороший задел для дальнейшего использования полученных навыков при переходе от теории вероятностей к математической статистике.

В настоящее издание книги включен вероятностный практикум в пакете **R**, который в последнее десятилетие в силу своей доступности и разносторонности во всем мире активно потеснил в учебном процессе и прикладных исследованиях в социальных науках традиционные статистические пакеты **SPSS**, **Stata** и др. Ознакомиться с установкой и бесплатно скачать пакет **R** можно по адресу: cran.r-project.org. Наряду с пакетом **R**, мы используем в книге пакет **EXCEL**, функциональные возможности которого в сфере моделирования и простого, наглядного анализа данных долгое время недооценивались.

Как еще одну особенность книги отметим, что мы не уделяем большого внимания комбинаторике и комбинаторным задачам. Это, отчасти, связано с тем, что теория вероятностей вместе с необходимыми понятиями комбинаторики стала составной частью школьной программы (см. [27]). Но более серьезна та причина, что эти вопросы в современной теории вероятностей не занимают большого места. Изучение азартных игр, с которых века назад началась теория вероятностей, сейчас во всей области интересов и приложений этой науки составляет ничтожную часть.

Окончательную форму предлагаемый курс теории вероятностей принял благодаря нашей продолжительной работе в Национальном исследовательском университете «Высшая школа экономики» и Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова. Мы приносим глубокую благодарность заведующему лабораторией макроструктурного моделирования экономики России НИУ ВШЭ, ординарному профессору Г. Г. Канторовичу и заведующему кафедрой эконометрики и математических методов экономики МШЭ МГУ профессору, заслуженному деятелю науки С. А. Айвазяну. Они же дали благожелательные отзывы о книге. Мы глубоко признательны нашим уважаемым рецензентам, которые не только одобрили книжку, но и указали на ряд наших промахов и упущений. Мы, как смогли, учли все их замечания. Мы также глубоко признательны всем нашим коллегам, кто на разных стадиях принимал участие в обсуждении и подготовке материала книги. Мы благодарим наших рецензентов: доктора физико-математических наук, профессора НИУ ВШЭ П. В. Семенова и доктора физико-математических наук, заслуженного профессора МГУ им. М. В. Ломоносова В. Н. Тутубалина.

Структура книги

Материал учебника разбит на четыре главы.

Первая глава посвящена началам теории вероятностей: описанию случайного эксперимента, операциям с событиями, различным способам задания вероятностей, правилам вычисления вероятностей событий. Здесь же вводятся понятия независимости событий и условной вероятности, рассматриваются формулы полной вероятности и Байеса. Особое внимание в главе уделено вопросам выбора из конечной совокупности, схеме испытаний Бернулли и их взаимосвязи.

Во второй главе вводится понятие случайной величины и ее различных характеристик: функции распределения, математического ожидания, дисперсии, медианы, квантилей и т. п. Рассматриваются многомерные и, в частности, двумерные случайные величины и их характеристики.

Третья глава книги посвящена наиболее важным одномерным вероятностным распределениям: распределениям Бернулли, Пуассона, показательному и нормальному. Также в ней приводятся необходимые сведения о многомерном распределении и его частном случае — двумерном нормальном распределении. Кроме технических подробностей, много внимания уделено использованию этих распределений на практике.

В четвертой главе рассматриваются предельные закономерности теории вероятностей: теорема Бернулли, закон больших чисел, теорема Муавра—Лапласа, центральная предельная теорема и теорема Пуассона. В ней также рассмотрены вопросы использования этих результатов в статистической практике.

Каждая глава учебника разбита на параграфы, а параграфы — на пункты. После большинства пунктов следуют простые упражнения, помогающие закрепить изложенный материал. Ряд пунктов также снабжен компьютерным практикумом. В конце каждого параграфа представлен небольшой список задач. Однако книга не стремится заменить существующие задачки по теории вероятностей.

В конце книги приведена краткая таблица стандартного нормального распределения, вполне достаточная для учебных целей, а также рекомендуемая литература для дальнейшего чтения.

Обозначения

Теория вероятностей оперирует различными объектами: элементарными исходами экспериментов, случайными событиями, их вероятностями, случайными величинами и их значениями, функциями

распределения, математическими ожиданиями и т. д. Для обозначения всех этих разнотипных объектов приходится прибегать к соглашениям в обозначениях, которые в разных книгах, к сожалению, не совпадают. Мы старались использовать наиболее доступную и общепринятую в мире форму записи.

Элементарные исходы эксперимента (элементарные события) обозначаются греческой буквой ω .

Случайные события обозначаются начальными заглавными буквами латинского алфавита: A, B, C и т. д.

Вероятности событий обозначаются $P(\omega)$, если речь идет о вероятности элементарного события, или $P(A)$, если это вероятность события.

Случайные величины обозначаются заглавными буквами латинского алфавита X, Y, Z , а их возможные значения малыми буквами x, y, z . (Мы отступаем от этого правила, когда речь идет о случайных векторах и случайных матрицах.)

Неслучайные константы обозначаются малыми начальными буквами латинского алфавита: a, b, c и т. д.

Математическое ожидание случайной величины (случайного вектора) X обозначается EX или $E(X)$, а дисперсия (ковариационная матрица для случайного вектора) — DX .