

Предисловие

Ни одно исследование нельзя считать наукой без математического доказательства.

Леонардо да Винчи

Катастрофа — это скачкообразное изменение состояния объекта, возникающее в результате плавного изменения внешних условий. Состояние объекта часто описывается гладкими отображениями, т. е. наборами дифференцируемых функций нескольких переменных. Эти отображения могут, в свою очередь, зависеть от дополнительных параметров. При непрерывном изменении параметров свойства отображения могут резко меняться. Теория катастроф изучает подобные явления.

Как самостоятельная наука теория катастроф сформировалась во второй половине двадцатого века благодаря пионерским работам Хасслера Уитни, Рене Тома, Кристофера Зимана, Джона Мазера, Владимира Игоревича Арнольда и многих других замечательных математиков. В её основе лежит теория особенностей гладких отображений — область современной математики, находящаяся на стыке многих её разделов, как классических, так и новейших. Использование методов теории особенностей привело к решению многих задач теории катастроф в таких сугубо прикладных областях, как теория бифуркаций положений равновесия динамических систем, геометрическая и волновая оптика, теория оптимального управления и другие.

Теории особенностей гладких отображений и её приложения посвящены многочисленные издания разных уровней сложности (см., например, [8], [18], [31]). Чтение части из них требует довольно глубоких знаний в весьма абстрактных областях математики. А между тем идеи, которыми изобилуют эти замечательные книги, могут быть очень полезными инженерам и другим специалистам, использующим математические методы в своей повседневной работе. Настоящее издание не содержит доказательств фундаментальных результатов теории катастроф. Основное внимание уделяется именно методам, при помощи которых эти результаты доказываются.

В книге приводятся разнообразные примеры практического использования методов исследования, разработанных основателями теории катастроф. При этом все необходимые понятия подробно объясняются по ходу изложения вплоть до строгих определений многих из них. Все утверждения теории особенностей гладких отображений, используемые в книге, снабжены чёткими формулировками. Предполагается, конечно, что читатель обладает знаниями стандартных математических курсов, читаемых студентам высших технических учебных заведений, обучающихся по специальностям с расширенной математической подготовкой.

Книга рассчитана на широкий круг читателей: инженеров, научных работников, преподавателей. Она может быть полезной и профессиональным математикам, особенно тем, кто работает в различных прикладных областях. Автор надеется, что книга будет востребована и студентами, интересующимися современной математикой. Чтение книги позволит им составить первое впечатление о теории катастроф, её методах и задачах, которые решаются этими методами.

Автор выражает глубокую благодарность И. А. Богаевскому, С. М. Гусейн-Заде и М. Э. Казаряну за многочисленные обсуждения рукописи этой книги. Их замечания позволили значительно улучшить её первоначальную версию.