

## Предисловие

Предлагаемая книжка содержит девять тематических занятий математического кружка. В материалы каждого занятия входят: вступительный и поясняющий текст учителя, включающий в себя несколько подробно разобранных типовых задач по теме; задачи, которые могут быть предложены учащимся для самостоятельного решения (как на занятии, так и дома); подробные решения этих задач; методические комментарии для учителя.

Кроме того, отдельно представлен обширный список задач на построение различного уровня трудности (наиболее сложные из них отмечены знаком \*), которые можно использовать на усмотрение учителя (или обучающегося). Для этих задач приведены, как правило, краткие указания к решениям, иногда — краткие или полные решения. Для удобства в конце каждого занятия приведён список задач этого раздела, которые имеет смысл использовать для закрепления материала, контроля освоения и углубления. Следует учесть, что ряд задач отнесены к нескольким занятиям (поскольку допускают различные способы решения), а некоторые задачи не вошли в эти списки.

В приложении приведён ряд исторических сведений, а также некоторые вопросы повышенной трудности, связанные с геометрическими задачами на построение. В конце книги приведён список литературы, на которую делаются ссылки в тексте. Большую часть этих изданий и публикаций можно использовать в качестве дополнительной литературы.

Поскольку, на наш взгляд, в последние годы культура решения задач на построение в рамках освоения школьного курса геометрии в значительной степени утеряна, то изначально имеет смысл договориться о терминологии.

**Что такое геометрическая задача на построение и что значит её решить?**

**Задача на построение** — это задача, в которой требуется построить геометрический объект, пользуясь только двумя инструментами: циркулем и линейкой (односторонней и без делений).

**Решение таких задач** состоит не в том, чтобы проделать «руками» соответствующие построения, а в том, чтобы найти **алгоритм решения**, то есть описать решение задачи в виде последовательности уже известных стандартных построений.

В этом смысле решение задач на построение хорошо иллюстрирует один из основных принципов решения любых математических задач: решить задачу — это значит свести её к какой-либо задаче, уже решённой ранее!

**Какие построения циркулем и линейкой считать стандартными?**

Это вопрос предварительной договорённости. На наш взгляд, к стандартным построениям можно отнести следующие:

- 1) построение прямой, проходящей через две заданные точки;
- 2) построение окружности с данным центром и данным радиусом;
- 3) построение отрезка, равного данному;
- 4) построение угла, равного данному;
- 5) построение середины отрезка (серединного перпендикуляра к отрезку);
- 6) построение биссектрисы угла;
- 7) построение перпендикуляра к прямой, проходящего через заданную точку (*два случая*).

На основе стандартных построений легко осуществляется построение треугольников **по трём основным элементам**:

- 1) двум сторонам и углу;
- 2) стороне и двум углам;
- 3) трём сторонам.

При этом очень важно донести до сознания учащихся, что все **линейные элементы** в условиях задач заданы в виде **отрезков** (а не их длин), а все угловые — в виде **углов** (а не чисел, выражающих их величину)!

К тем же стандартным построениям сводятся также построения равнобедренных и прямоугольных треугольников по их основным элементам, а также построение прямой, параллельной данной и проходящей через заданную точку. Так как эти задачи (наряду со стандартными построениями) рассматриваются во всех основных школьных учебниках (см., например, [2] и [11]), то их решения мы разбирать не будем.

Таким образом, можно провести некоторую аналогию между решением задач на построение и строительством домов: стандартные построения — это «кирпичи», задачи на построение различных видов треугольников по их основным элементам — «блоки».

Теперь, пользуясь этими «блоками», мы сможем решить большинство задач на построение треугольников, в которых могут быть заданы не только основные, но и **вспомогательные элементы**. Задачи, которые мы научимся решать, станут, образно говоря, «панелями», которые можно будет затем в готовом виде использовать для решения более сложных задач, в которых строятся не только треугольники.

Отметим, что для того чтобы научиться решать задачи на построение (впрочем, как и другие геометрические задачи) очень важно осознать, что решать их надо **с конца**, то есть не пытаться строить всё, что умеешь, наугад, а представить себе, что искомый объект уже построен и, исходя из этого, восстановить цепочку возможных построений.

В заключение заметим, что эффективность освоения методов решения задач на построение, предлагаемых нами, во многом зависит от учёта особенностей реального школьного курса геометрии, изучаемого школьниками, и от учебника, который при этом используется в качестве базового. Подробное изучение методов решения задач на построение позволяет заодно повторить

практически все разделы школьной планиметрии, а во многих случаях и существенно углубить свои знания.

В большинстве случаев занятия 1 и 2 целесообразно проводить, на наш взгляд, не ранее второго полугодия 7 класса. В материалах этих занятий сознательно делается акцент на поиски алгоритмов построений, а вопросы исследования (количество решений задачи) остаются за их рамками. Занятия 3 и 4 имеет смысл проводить не ранее первого полугодия 8 класса. В рамках этих занятий учащимся напоминаются все этапы решения задачи на построение, но основной акцент по-прежнему имеет смысл делать на поиски алгоритмов решений. Занятия 5 и 6 проводятся после изучения школьниками в курсе геометрии темы «Движения», то есть не ранее конца второго полугодия 8 класса (а может быть, и позже). Занятия 7–9 адресованы, по всей видимости, девятиклассникам или учащимся старшей школы.

Естественно, что преподаватель математического кружка может по своему усмотрению использовать только часть предложенных занятий, менять порядок их изучения и т. д.

Авторы благодарны А. В. Шаповалову за подробные обсуждения, способствовавшие существенному улучшению текста, Д. В. Прокопенко и Д. Э. Шнолю — за внимательное прочтение текста и ценные замечания, и Е. С. Горской — за выполнение чертежей.