

## Оглавление

Предисловие к новому изданию . . . . .	6
Из предисловия к первому изданию . . . . .	7
<b>Глава 1.</b> Геометрия кубических кривых . . . . .	10
§ 1. Сложение точек кубической кривой . . . . .	10
§ 2. Прямые и кривые на проективной плоскости . . . . .	20
§ 3. Касательные и точки перегиба . . . . .	24
§ 4. Нормальные формы неособой кубической кривой . . . . .	30
§ 5. Особые кубические кривые . . . . .	35
§ 6. У неособой кубической кривой нет рациональной параметризации	38
<b>Глава 2.</b> Эллиптические функции . . . . .	40
§ 1. Топологическое строение неособой кубической кривой в $\mathbb{C}P^2$ . . . .	42
§ 2. Эллиптические функции . . . . .	45
§ 3. Функция Вейерштрасса . . . . .	48
§ 4. Дифференциальное уравнение для функции $\wp(z)$ . . . . .	53
§ 5. Параметризация кубической кривой с помощью функции Вейерштрасса . . . . .	55
§ 6. Эллиптические интегралы . . . . .	58
§ 7. Теоремы сложения для эллиптических интегралов $F(\varphi)$ и $E(\varphi)$ . . . .	64
§ 8. Эллиптические функции Якоби . . . . .	68
§ 9. Теорема Вейерштрасса о функциях, обладающих алгебраической теоремой сложения . . . . .	71
<b>Глава 3.</b> Дуги кривых и эллиптические интегралы . . . . .	76
§ 1. Дуги эллипса и гиперболы . . . . .	76
§ 2. Деление дуг эллипса . . . . .	78
§ 3. Кривые с эллиптическими дугами . . . . .	84
§ 4. Кривые, дуги которых выражаются через дуги окружности . . . . .	88
<b>Глава 4.</b> Теорема Абеля о делении лемнискаты . . . . .	90
§ 1. Построение правильного 17-угольника. Элементарный подход . . . . .	93
§ 2. Построение правильных многоугольников. Элементы теории Галуа . . . .	96
§ 3. Уравнение деления лемнискаты . . . . .	107
§ 4. Доказательство теоремы Абеля о делении лемнискаты . . . . .	116
§ 5. Несколько замечаний о кривых Серре . . . . .	124
<b>Глава 5.</b> Арифметика эллиптических кривых . . . . .	138
§ 1. Метод секущих Диофанта. Диофантовы уравнения второй степени . . . .	139
§ 2. Сложение точек на кубической кривой . . . . .	150

§3. Некоторые примеры . . . . .	154
§4. Теорема Морделла . . . . .	161
§5. Ранг и группа кручения эллиптической кривой . . . . .	168
§6. Гипотеза Таниямы и Великая теорема Ферма . . . . .	174
<b>Глава 6. Алгебраические уравнения . . . . .</b>	<b>189</b>
§1. Решение уравнений 3-й и 4-й степени . . . . .	189
§2. Симметрические многочлены . . . . .	192
§3. Резольвенты Лагранжа . . . . .	194
§4. Корни из единицы . . . . .	197
§5. Теорема Абеля о неразрешимости в радикалах общего уравнения пятой степени . . . . .	201
§6. Преобразование Чирнгауза. Уравнение пятой степени в форме Бринга . . . . .	208
§7. Уравнения пятой степени, разрешимые в радикалах . . . . .	211
<b>Глава 7. Решение уравнения 5-й степени . . . . .</b>	<b>223</b>
§1. Определение тэта-функций . . . . .	223
§2. Нули тэта-функций . . . . .	224
§3. Соотношение $\theta_3^4 = \theta_2^4 + \theta_0^4$ . . . . .	225
§4. Представление тэта-функций бесконечными произведениями . . . . .	227
§5. Соотношение $\theta_1'(0) = \pi\theta_0(0)\theta_2(0)\theta_3(0)$ . . . . .	230
§6. $\eta$ -функция Дедекинда и функции $f, f_1, f_2$ . . . . .	231
§7. Преобразования тэта-функций по параметру $\tau$ . . . . .	232
§8. Преобразования $\eta$ -функции Дедекинда . . . . .	233
§9. Общая схема решения уравнения пятой степени . . . . .	234
§10. Преобразования порядка 5 . . . . .	236
§11. Замена $\tau$ на $\tau + 2$ . . . . .	238
§12. Замена $\tau$ на $-\frac{1}{\tau}$ . . . . .	239
§13. Замена $\tau$ на $\frac{\tau-1}{\tau+1}$ . . . . .	241
§14. Функции, инвариантные относительно замен $\tau$ на $\tau + 2, -\frac{1}{\tau}$ и $\frac{\tau-1}{\tau+1}$ . . . . .	243
§15. Вывод модулярного уравнения . . . . .	244
§16. Решение уравнения 5-й степени . . . . .	245
§17. Основная модулярная функция $j(\tau)$ . . . . .	249
§18. Фундаментальная область функции $j(\tau)$ . . . . .	251
§19. Решение уравнения $j(\tau) = c$ . . . . .	254
§20. Функции, инвариантные относительно замен $\tau$ на $\tau + 1$ и $-\frac{1}{\tau}$ . . . . .	256
§21. Функции, инвариантные относительно замен $\tau$ на $\tau + 2$ и $-\frac{1}{\tau}$ . . . . .	257
§22. Заключительные замечания . . . . .	260

---

<b>Дополнение. О кривых Серре</b> (А. Т. Липковский, Ф. Ю. Попеленский)	261
§ 1. Введение . . . . .	263
§ 2. Метод Серре . . . . .	263
§ 3. Кривые семейств $S_{1,n}$ , $n \geq 1$ . . . . .	272
§ 4. Кривые семейств $S_{2,n}$ . . . . .	282
§ 5. Новые примеры . . . . .	287
§ 6. Многочлены $\Pi_{m,n}(\zeta)$ и их свойства . . . . .	293
§ 7. Замечания . . . . .	303
<b>Список литературы</b> . . . . .	307
<b>Предметный указатель</b> . . . . .	311