

Задание 12

Краткие методические рекомендации

Задание 12 ОГЭ по математике — это задача на преобразование рациональных алгебраических выражений и вычисление их значений. Решение задач на преобразование выражений предполагает, как правило, последовательное упрощение данных выражений. При этом используются свойства степеней и формулы сокращённого умножения. Упрощение выражений обычно сводится к приведению подобных слагаемых и сокращению дробей после некоторых предварительных действий, важнейшим из которых является разложение на множители. Последнее, в свою очередь, заключается в выполнении одного или нескольких из следующих четырёх правил: 1) «примени формулу или свойство»; 2) «сгруппируй слагаемые»; 3) «вынеси за скобки»; 4) «добавь и вычти». Рассмотрим несколько примеров, начав с правила «примени формулу или свойство».

Пример 1. Найдите значение выражения

$$(5x - 8)(5x + 8) - 25x^2 + 4x + 54 \quad \text{при } x = 20,3.$$

РЕШЕНИЕ. Сначала упростим данное выражение, применив формулу разности квадратов и приведя подобные слагаемые:

$$(5x - 8)(5x + 8) - 25x^2 + 4x + 54 = 25x^2 - 64 - 25x^2 + 4x + 54 = 4x - 10.$$

При $x = 20,3$ искомое значение равно $4 \cdot 20,3 - 10 = 71,2$.

Ответ. 71,2.

В качестве примера, иллюстрирующего правило «добавь и вычти», рассмотрим следующий.

Пример 2. Разложите на множители выражение $64a^4 + 1$.

РЕШЕНИЕ. Дополним данное выражение до квадрата суммы, добавив к нему и вычтя из него $16a^2$. Получим

$$64a^4 + 1 = (64a^4 + 16a^2 + 1) - 16a^2 = (8a^2 + 1)^2 - (4a)^2.$$

Теперь применим формулу разности квадратов:

$$(8a^2 + 1)^2 - (4a)^2 = (8a^2 - 4a + 1)(8a^2 + 4a + 1).$$

Поскольку дискриминант каждого из квадратных трёхчленов в правой части последнего равенства отрицателен, разложение ни одного из них на линейные множители невозможно.

Ответ. $(8a^2 - 4a + 1)(8a^2 + 4a + 1)$.

Преобразование дробно-рациональных алгебраических выражений предполагает те же самые действия, что и преобразование целых алгебраических выражений, но к этим действиям добавляется приведение дробей к общему знаменателю и сокращение дробей.

Пример 3. Найдите значение выражения $\frac{a^{47} \cdot a^{-19}}{a^{29}}$ при $a = 0,08$.

РЕШЕНИЕ. Воспользуемся свойствами степеней с одинаковым основанием:

$$\frac{a^{47} \cdot a^{-19}}{a^{29}} = a^{47+(-19)-29} = a^{-1} = \frac{1}{a}.$$

Поскольку $a = 0,08 = \frac{2}{25}$, искомое значение будет равно $1 : \frac{2}{25} = \frac{25}{2} = 12,5$.

ОТВЕТ. 12,5.

Перейдём к примерам применения правил «сгруппируй слагаемые» и «вынеси за скобки».

Пример 4. Найдите значение выражения $\frac{29xy - 12ab - 21yx + 17ba}{8ax + 5a^2b}$ при $x = 1,23$, $y = 1,24$, $a = 1,25$, $b = 1,26$.

РЕШЕНИЕ. Заметим, что при положительных значениях переменных знаменатель дроби положителен и, следовательно, отличен от нуля. Прямая подстановка данных значений переменных приведёт к громоздким вычислениям. Поэтому попытаемся вначале упростить выражение. Выполним необходимую группировку в числителе дроби: $29xy - 12ab - 21yx + 17ba = (29xy - 21yx) + (17ba - 12ab) = 8xy + 5ab$. Вынесем за скобки общий множитель в знаменателе:

$$8ax + 5a^2b = a(8xy + 5ab).$$

Получим, что данная дробь приводится к виду $\frac{8xy + 5ab}{a(8xy + 5ab)} = \frac{1}{a}$. Поскольку $a = 1,25 = \frac{5}{4}$, получим, что $\frac{1}{a} = \frac{4}{5} = 0,8$.

ОТВЕТ. 0,8.

Пример 5. Найдите значение выражения $\frac{123xy - 456xz}{123y - 456z} + 55,66$ при $x = 12,34$, $y = 23,45$, $z = 34,56$.

РЕШЕНИЕ. Сократим дробь $\frac{123xy - 456xz}{123y - 456z}$, вынеся за скобки общий множитель:

$$\frac{123xy - 456xz}{123y - 456z} = \frac{x(123y - 456z)}{123y - 456z} = x.$$

Сокращение дроби возможно и в данном случае, поскольку $123y - 456z \neq 0$ хотя бы в силу того, что последние цифры чисел $123y$ и $456z$ при данных значениях y и z различны (они равны соответственно 5 и 6). Итак, данное выражение приводится к виду $x + 55,66$, а его значение при $x = 12,34$ равно 68.

ОТВЕТ. 68.

Подготовительные задачи

1. Найдите значение выражения $(a - 4)^2 - 2a(5a - 4)$ при $a = -\frac{1}{3}$.
2. Найдите значение выражения $(4d - 3)(4d + 3) - (4d + 3)^2$ при $d = 50$.
3. Найдите значение выражения $\frac{9}{x} - \frac{9}{5x}$ при $x = -2$.
4. Найдите значение выражения $\frac{1}{4x} - \frac{4x+y}{4xy}$ при $x = \sqrt{22}$, $y = \frac{1}{6}$.
5. Найдите значение выражения $(x + 1) : \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$ при $x = 4$.
6. Найдите значение выражения $\frac{a+x}{a} : \frac{ax+x^2}{a^2}$ при $a = 56$, $x = 40$.
7. Найдите значение выражения $\frac{a-5x}{a} : \frac{ax-5x^2}{a^2}$ при $a = -74$, $x = -10$.
8. Найдите значение выражения $3b - \frac{3b^2 - a}{b}$ при $a = -79$, $b = -2$.
9. Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 81}{2a^2 - 18a}$ при $a = 1,5$.
10. Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 9b^2}{3ab} : \left(\frac{1}{3b} - \frac{1}{a}\right)$ при $a = 2\frac{2}{17}$, $b = 9\frac{5}{17}$.

Зачётные задачи

1. Найдите значение выражения $(a + 3)^2 - 2a(3 - 4a)$ при $a = -\frac{1}{3}$.
2. Найдите значение выражения $28ab + (2a - 7b)^2$ при $a = \sqrt{15}$, $b = \sqrt{8}$.
3. Найдите значение выражения $\frac{6}{x} - \frac{3}{2x}$ при $x = -1,8$.
4. Найдите значение выражения $\frac{1}{7x} - \frac{7x+5y}{35xy}$ при $x = \sqrt{29}$, $y = \frac{1}{2}$.
5. Найдите значение выражения $(x - 3) : \frac{x^2 - 6x + 9}{x + 3}$ при $x = -21$.
6. Найдите значение выражения $\frac{a + 9x}{a} : \frac{ax + 9x^2}{a^2}$ при $a = -99$, $x = -66$.
7. Найдите значение выражения $\frac{a - 7x}{a} : \frac{ax - 7x^2}{a^2}$ при $a = -6$, $x = 10$.
8. Найдите значение выражения $8a - \frac{8a^2 - 3c}{a}$ при $a = 15$, $c = 12$.
9. Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 9}{6a^2 - 18a}$ при $a = -0,3$.
10. Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 36b^2}{6ab} : \left(\frac{1}{6b} - \frac{1}{a}\right)$ при $a = 5\frac{5}{17}$, $b = 5\frac{2}{17}$.