

Глава 7

Основы дифференциального исчисления (продолжение)

§ 5. Применение производных к решению различных задач алгебры и анализа

Найдите промежутки выпуклости функции $f(x)$ (264–271).

264. а) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 1$; б) $f(x) = -2x^3 + 8x^2 + 4x - 7$.
265. а) $f(x) = x^4 - 4x^3 - 18x^2 + 1$; б) $f(x) = -x^4 + 24x^2 - 3x - 5$.
266. а) $f(x) = |x^3 - 4x| - 2x$; б) $f(x) = |x^3 - 8| + 9x^2$.
267. а) $f(x) = |x + 1| \cdot (x^2 - 2x - 5)$; б) $f(x) = x^3 \cdot |x - 2|$.
268. а) $f(x) = \frac{x^2}{x - 2}$; б) $f(x) = \frac{x^3}{x - 2}$.
269. а) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x}$; б) $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 8}{x - 1}$.
270. а) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$; б) $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{1 - x}$.
271. а) $f(x) = xe^{-x}$; б) $f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$.

Найдите точки перегиба функции $f(x)$ (272–274).

272. а) $f(x) = 3x^5 - 10x^4 - 10x^3 + 60x^2 - 2x + 3$;
б) $f(x) = (x^2 - 3x + 2)^4$.
273. а) $f(x) = (x + 2) \cdot \sqrt[3]{x - 1}$; б) $f(x) = \sqrt[3]{x + 2} - \sqrt[3]{x - 1}$.
274. а) $f(x) = x^2 - 27 \cdot \sqrt[3]{x - 1}$; б) $f(x) = e^{-x^2}$.

Найдите точки перегиба графика функции $f(x)$ (275–277).

275. а) $f(x) = x^3 + 6x^2 - 3x - 1$; б) $f(x) = -x^4 + 4x^3 + 2x + 1$.
276. а) $f(x) = |x - 1| \cdot (x^2 + 2x - 3)$; б) $f(x) = x^2 \cdot \ln x$.
277. а) $f(x) = (3x - 2) \cdot e^{-x}$; б) $f(x) = (x^2 - 4x) \cdot e^x$.
278. При каких значениях a и b точка $(1; 3)$ является точкой перегиба графика функции $f(x) = ax^3 + bx^2$?
279. Дана функция $f(x) = (3x + 1) \cdot e^{-x}$. Найдите промежутки, в которых функция $f(x)$ убывает и выпукла вверх.
280. Дана функция $f(x) = (x^2 + 2x - 3)^5$. Найдите промежутки, в которых функция $f(x)$ возрастает и выпукла вниз.
281. Дана функция $f(x) = x \cdot \sqrt[3]{3x + 4}$. Найдите промежутки, в которых функция $f(x)$ убывает и выпукла вниз.

282. Дана функция $f(x) = (2 - x) \cdot (x + 2)^5$. Найдите:

а) точки перегиба функции $f(x)$;

б) промежутки, в которых функция $f(x)$ возрастает и выпукла вниз.

283. Докажите, что при $a \geq 0$ выполняется неравенство

$$\left(\frac{2a+1}{4}\right)^3 \leq \frac{8a^3+1}{16}.$$

284. Докажите, что при $b \geq 0$ выполняется неравенство

$$(2 + b^{\frac{1}{3}})^4 \leq 27 \cdot (2 + b).$$

При каких значениях b выполняется равенство?

285. Докажите, что для любых различных положительных чисел a и b выполняется неравенство

$$\sqrt[7]{a} + 2\sqrt[7]{b} < \sqrt[7]{729(a+2b)}.$$

286. Докажите, что для любых чисел $a > 0$ и $b > 0$ выполняется неравенство

$$5 \cdot (\ln(2a + 3b) - \ln 5) \geq 2 \ln a + 3 \ln b.$$

287. Докажите следующие числовые неравенства:

а) $5e^{\frac{1}{3}} < 1 + 4e^{\frac{1}{2}}$; б) $\cos \frac{1}{3} > \frac{5}{6}$.

288. Докажите, что при $x \in [0; \pi]$ выполняется неравенство

$$6 \sin\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right) - 4 \sin x > 1.$$

289. Докажите, что при $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right)$ выполняется неравенство

$$2 \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \leq \operatorname{tg} 2x + 1.$$

290. Решите неравенство:

а) $\sqrt[4]{x^2 - 2x} + 2\sqrt[4]{x - 1} \geq \sqrt[4]{27x^2 - 54}$;

б) $27 \cdot 2^{x^3+2x+12} \geq (2^{x^3} + 2^{x+7})^3$.

291. Найдите расстояние от точки $(3; 0)$ до параболы $y = x^2$.

292. Найдите расстояние от точки $(-1; 1)$ до гиперболы $xy = 2$.

293. Найдите расстояние между линиями

$$y = x^2 - 6x + 8 \quad \text{и} \quad (x + 4)^2 + (y + 3)^2 = 1.$$

Пусть a_k — коэффициент при x^k в канонической форме записи данного многочлена $P(x)$. Найдите следующие величины, не приводя $P(x)$ к каноническому виду (294—302).

294. $P(x) = (x^2 + 1)^5 \cdot (2x^3 - x - 3)^4$; а) a_{22} ; б) a_0 ; в) $\sum_{k=0}^{22} a_k$.
295. $P(x) = (x - 2)^7 - 2 \cdot (2x - 1)^5 - (x^2 - 1)^4$; а) a_0 ; б) a_1 ; в) $\sum_{k=0}^7 a_k$.
296. $P(x) = (2x^3 + x^2 - 3x - 1)^{10}$; а) a_1 ; б) a_2 ; в) $\sum_{k=3}^{30} a_k$.
297. $P(x) = (2x^2 - 4x + 1)^8 \cdot (3x - 2)^5$; а) a_1 ; б) a_2 ; в) $\sum_{k=0}^{10} a_{2k}$.
298. $P(x) = (3x^3 - x^2 - 2x - 1)^8$;
 а) a_0 ; б) a_1 ; в) $\sum_{k=1}^{12} a_{2k-1}$.
299. $P(x) = (2x^4 - x - 1)^5 - 3 \cdot (x^2 + x - 1)^5$;
 а) a_1 ; б) $\sum_{k=2}^{19} a_k$; в) $\sum_{k=0}^{10} a_{2k}$.
300. $P(x) = (x - 2)^{100}$;
 а) $\sum_{k=0}^{100} a_k$; б) $\sum_{k=1}^{100} k \cdot a_k$; в) $\sum_{k=1}^{100} k^2 \cdot a_k$.
301. $P(x) = (x^2 + x - 1)^6$;
 а) $\sum_{k=1}^{12} k \cdot a_k$; б) $\sum_{k=2}^{12} k \cdot (k - 1) a_k$; в) $\sum_{k=1}^{12} k^2 \cdot a_k$.
302. $P(x) = (2x^2 - 1)^7 - (x^3 - x - 1)^4$;
 а) $\sum_{k=1}^{14} k \cdot a_k$; б) $\sum_{k=0}^{14} (3k - 1) a_k$; в) $\sum_{k=0}^{14} k \cdot (k + 1) a_k$.
303. Пусть $(x^2 - x - a)^8 \equiv \sum_{k=0}^{16} a_k \cdot x^k$. Найдите значение a , если

$$\sum_{k=1}^{16} k \cdot a_k = 8.$$
304. Пусть $P(x) = (x^2 + 2x - 2)^5$ и $P(P(x)) = \sum_{k=0}^{100} a_k \cdot x^k$. Найдите:
 а) $\sum_{k=0}^{100} a_k$; б) $\sum_{k=1}^{100} k \cdot a_k$.
305. Пусть $P(x) = (3x^2 - 5x + 1)^6$ и $P(P(x)) = \sum_{k=0}^{144} a_k \cdot x^k$. Найдите:
 а) $\sum_{k=0}^{144} a_k$; б) $\sum_{k=0}^{144} (k + 1) \cdot a_k$.

- 306.** Пусть многочлен $P(x) = (x^2 - x - 1)^7 \cdot (2x + 1)^6$ представлен в виде $\sum_{k=0}^{20} b_k \cdot (x+1)^k$. Найдите: а) b_1 ; б) b_2 ; в) $\sum_{k=1}^{20} b_k$.
- 307.** Пусть многочлен $P(x) = (2x^2 + x - 2)^8 \cdot (x^2 - 2)^5$ представлен в виде $\sum_{k=0}^{26} c_k \cdot (x-1)^k$. Найдите: а) c_1 ; б) $\sum_{k=1}^{25} c_k$; в) $\sum_{k=2}^{26} k \cdot c_k$.
- 308.** Найдите коэффициенты a и b многочлена $ax^4 + bx^3 + 1$ так, чтобы он делился нацело на $(x-1)^2$.
- 309.** При каких значениях a, b, c многочлен

$$P(x) = x^6 + ax^5 + bx^4 + cx^3 - 2x^2 - 3x - 1$$

делится нацело на $(x+2)^3$?

- 310.** Найдите сумму коэффициентов в канонической записи многочлена $P(x) = (x+a)^4 \cdot (x^2+x+b) - 5x^3 - 6x^2$, если известно, что -1 является корнем $P(x)$ кратности $k \geq 2$.
- 311.** Найдите значения параметров a, b, c , для которых число 2 является корнем многочлена

$$x^5 - 5x^4 + 3x^3 + (b+c)x^2 - (3a+b)x + a + b$$

кратности $k \geq 3$.

- 312.** При каких значениях a и b $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + ax^2 + bx + 2}{x^2 - 4x + 4} \in \mathbb{R}$?
- 313.** При каких значениях a, b, c $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - x^3 + ax^2 + bx + c}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} \in \mathbb{R}$?
- 314.** При каких значениях a, b, c выполняется равенство

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + ax^2 + bx - c}{x^2 + 2x + 1} = -3?$$

При каких значениях a данный многочлен имеет кратные корни (315–317)?

- 315.** а) $x^3 - 3x + a$; б) $x^4 - 4x + a$.
- 316.** а) $x^3 - 8x^2 + (13-a)x - (6+2a)$;
б) $x^4 - 4x^3 + (2-a)x^2 + 2x - 2$.
- 317.** а) $x^3 + 3ax + 16$; б) $(x+2)^5 - (x+a)^4$.
- 318.** Найдите значения параметров a и b , для которых оба многочлена $P(x) = x^3 - 6(a+b)x + 128$ и $Q(x) = 2x^3 + 6x^2 + 2a - b - 1$ имеют кратные корни.
- 319.** Найдите кратность корня 1 многочлена

$$P(x) = x^{2n} - n \cdot x^{n+1} + nx^{n-1} - 1 \quad (n \geq 2).$$

320. Докажите, что многочлен

$$P(x) = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$$

не имеет кратных корней.

321. Докажите, что многочлен

$$P(x) = x \cdot (x^{n-1} - n \cdot a^{n-1}) + a^n \cdot (n-1)$$

делится нацело на $(x-a)^2$.

322. Докажите, что многочлен

$$P(x) = (1-x^n) \cdot (1+x) - 2n \cdot x^n(1-x) - n^2 \cdot x^n \cdot (1-x)^2$$

делится нацело на $(1-x)^3$.

323. Определите кратность корня a многочлена

$$P(x) = \frac{x-a}{2} \cdot (f'(x) + f'(a)) - f(x) + f(a),$$

где $f(x)$ — многочлен.

324. При каких значениях параметров a и b прямая $y + 2x + 3 = 0$ является двойной касательной графика многочлена

$$P(x) = 4x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 1?$$

325. Дан многочлен

$$P(x) = x^4 + ax^3 - 2x^2 + 14x + 18.$$

а) Найдите a , если график $P(x)$ имеет двойную касательную и абсцисса одной из точек касания равна 3.

б) Для каждого из найденных значений a составьте уравнение двойной касательной и укажите координаты точек касания.

326. а) При каких значениях параметра a график многочлена

$$P(x) = x^4 + 4x^3 + ax^2 - 10x + 6$$

имеет двойную касательную, проходящую через точку $M(1; -1)$.

б) При каждом из найденных значений a составьте уравнение соответствующей касательной.

Найдите каноническое разложение данного многочлена (327—329).

327. а) $(2x-1)^8$;

б) $(x+2)^7$.

328. а) $(x^2+x-1)^6$;

б) $(x^2-2x-1)^5$.

329. а) $(2x^2-x-2)^5$;

б) $(x^2+2x-1)^6$.

Разложите по формуле бинома данное выражение (330–332).

330. а) $(a - 3a^{-1})^5$; б) $\left(3a - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^6$.
331. а) $\left(a^2 + \frac{2}{a}\right)^6$; б) $\left(a\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right)^8$.
332. а) $\left(a - \frac{1}{a} - 1\right)^7$; б) $\left(2a + 1 - \frac{1}{a}\right)^6$.
333. Найдите член разложения $(\sqrt[3]{x^{-2}} + x)^7$, содержащий x^2 .
334. Найдите член разложения $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{15}$, не содержащий x .
335. Упростите выражение

$$\left(\frac{a+1}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}} + 1} - \frac{a-1}{a - a^{\frac{1}{2}}}\right)^{10}$$

и определите член разложения, не содержащий a .

336. Сумма коэффициентов первого, второго и третьего слагаемых разложения $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^m$ равна 46. Найдите член разложения, не содержащий x .
337. Сумма коэффициентов трех первых слагаемых разложения $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^m$ равна 97. Найдите член разложения, содержащий x^4 .
338. Коэффициенты второго, третьего и четвертого слагаемых разложения $\left(x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^m$ образуют арифметическую прогрессию. Найдите член разложения, содержащий x^7 .
339. В разложении $\left(\sqrt[6]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ сумма биномиальных коэффициентов второго и третьего членов равна 36, а третий член разложения в семь раз больше второго. Найдите x .
340. При каких значениях x четвертое слагаемое разложения $(5 + 2x)^{10}$ больше соседних с ним слагаемых?
341. При каких значениях x третье слагаемое разложения $(3x - 2)^9$ больше соседних с ним слагаемых?
342. При каких значениях x третье слагаемое разложения $(2x + 3)^7$ меньше соседних с ним слагаемых?
343. Для каких натуральных n только девятый член разложения бинома $(x + 2)^n$ имеет наибольший коэффициент?
344. Для каких натуральных n коэффициенты при x^7 в каноническом разложении бинома $(2x + 3)^n$ больше других коэффициентов указанного разложения?

345. Найдите четвертый член разложения

$$\left(x^2 + \frac{\sqrt[3]{x}}{x}\right)^n,$$

если сумма всех биномиальных коэффициентов этого разложения равна 2048.

346. В разложении бинома

$$\left(\frac{x\sqrt{x}}{b} + \frac{b}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^m$$

найдите член, содержащий $x^{5,5}$, если сумма биномиальных коэффициентов разложения равна 256.

347. Найдите член разложения бинома

$$\left(a^{-2} \cdot \sqrt{a} - \sqrt[5]{\frac{a^{-2}}{\sqrt{a}}}\right)^n,$$

соответствующий наибольшему биномиальному коэффициенту, если коэффициент пятого члена относится к коэффициенту третьего члена как 14 : 3.

348. Сколько рациональных членов содержит разложение бинома

а) $(\sqrt{3} + \sqrt[4]{5})^{124}$; б) $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$?

349. Сколько рациональных членов содержит разложение бинома

а) $(\sqrt[3]{2} + \sqrt{5})^{200}$; б) $(2 \cdot \sqrt[3]{3} - \sqrt[4]{5})^{292}$?

350. Пусть $x + \frac{1}{x} = 4$. Найдите: а) $x^3 + \frac{1}{x^3}$; б) $x^4 + \frac{1}{x^4}$.

351. Пусть $x + \frac{1}{x} = 3$. Найдите: а) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$; б) $\sqrt[4]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}$.

352. Пусть $x + \frac{2}{x} = 5$. Найдите: а) $x^3 + \frac{8}{x^3}$; б) $\sqrt{\frac{x}{2}} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

353. Пусть α и β — корни уравнения $x^2 + 3x - 5 = 0$. Найдите:

а) $\alpha^3 + \beta^3$; б) $\alpha^6 + \beta^6$.

354. Пусть α и β — корни уравнения $2x^2 + x - 4 = 0$. Найдите

$$(\alpha^5 + \beta^3) \cdot (\alpha^3 + \beta^5).$$

355. Пусть α и β — корни уравнения $3x^2 - 2x - 2 = 0$. Составьте примитивное уравнение с целыми коэффициентами, корнями которого будут числа α^5 и β^5 .

356. Пусть α и β — корни уравнения $2x^2 + x - 2 = 0$. Составьте примитивное уравнение с целыми коэффициентами, корнями которого будут числа $(\alpha - 1)^3$ и $(\beta - 1)^3$.

357. а) Составьте примитивное уравнение пятой степени с целыми коэффициентами, одним из корней которого является число $\sqrt[5]{2 + \sqrt{3}} + \sqrt[5]{2 - \sqrt{3}}$.
 б) Докажите, что данное число является иррациональным.

Решите уравнения (358—359).

358. а) $x^6 + 2x^4 - 24x^3 + 2x^2 + 1 = 0$;
 б) $x^6 - 8x^4 - 4x^3 + 16x^2 - 8 = 0$.
 359. а) $2x^6 - 8x^5 + 11x^4 - 13x^3 + 11x^2 - 8x + 2 = 0$;
 б) $x^{10} - 5x^8 + 15x^6 - 6x^5 - 15x^4 + 5x^2 - 1 = 0$.
 360. Найдите $\sin^5 \alpha + \cos^5 \alpha$, если $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{2}{3}$.
 361. Найдите $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$, если $\sin \alpha + \cos \alpha$ является корнем уравнения $2x^3 + 11x^2 + 8x - 7 = 0$.
 362. Найдите $\operatorname{tg}^6 \alpha + \operatorname{ctg}^6 \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = m$.

Докажите следующие равенства (363—374).

363. $C_n^k + 2 \cdot C_n^{k+1} + C_n^{k+2} = C_{n+2}^{k+2}$ ($n \geq 2$; $0 \leq k \leq n-2$).
 364. $C_n^2 + 2 \cdot C_n^3 + \dots + (n-1) \cdot C_n^n = (n-2) \cdot 2^{n-1} + 1$ ($n \geq 2$).
 365. $C_n^0 + \frac{1}{2} \cdot C_n^1 + \dots + \frac{1}{n+1} \cdot C_n^n = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$.
 366. $2 \cdot C_n^0 + \frac{2^2}{2} \cdot C_n^1 + \frac{2^3}{3} \cdot C_n^2 + \dots + \frac{2^{n+1}}{n+1} \cdot C_n^n = \frac{3^{n+1} - 1}{n+1}$.
 367. $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$.
 368. $(C_{2n}^0)^2 - (C_{2n}^1)^2 + (C_{2n}^2)^2 - \dots + (C_{2n}^{2n})^2 = (-1)^n \cdot C_{2n}^n$.
 369. $C_{4n}^1 + C_{4n}^3 + \dots + C_{4n}^{2n-1} = 2^{4n-2}$.
 370. $C_n^n + C_{n+1}^n + C_{n+2}^n + \dots + C_{n+k}^n = C_{n+k+1}^{n+1}$.
 371. $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^k \cdot C_n^k = (-1)^k \cdot C_{n-1}^k$ ($0 \leq k \leq n-1$).
 372. $C_n^0 \cdot C_m^k + C_n^1 \cdot C_m^{k-1} + \dots + C_n^k \cdot C_m^0 = C_{n+m}^k$.
 373. $C_n^1 - \frac{1}{2} \cdot C_n^2 + \frac{1}{3} \cdot C_n^3 - \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot C_n^n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$.
 374. $\sum_{k=0}^n \frac{(2n)!}{(k!)^2 \cdot ((n-k)!)^2} = (C_{2n}^n)^2$.

Найдите следующие суммы (375—383).

375. $C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n}$.
 376. $C_n^0 + 2 \cdot C_n^1 + 2^2 \cdot C_n^2 + \dots + 2^n \cdot C_n^n$.
 377. $C_n^1 + 2 \cdot C_n^2 + 3 \cdot C_n^3 + \dots + n \cdot C_n^n$.
 378. $\sum_{k=1}^n (3k-1) \cdot C_n^k$.
 379. $\sum_{k=0}^n (k^2+1) \cdot C_n^k$.
 380. $\sum_{k=2}^n k(k-1) \cdot C_n^k$.
 381. $\sum_{k=1}^n 5^{k-1} \cdot C_n^k$.

$$382. \sum_{k=1}^n (-1)^k \cdot 3^{k+1} \cdot C_n^k.$$

$$383. \sum_{k=1}^n k \cdot 3^k \cdot C_n^k.$$

Найдите следующие пределы (384–390).

$$384. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[5]{2x-1} - \sqrt[3]{x^2+2x-2}}{\sqrt[3]{x^3+2x+5} - 2x}; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{x^2-4\sqrt{x}+x-6}}{\sqrt{x^2-15} - \sqrt[3]{x-3}}.$$

$$385. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3+2)^{-\frac{2}{3}} - (2x^2-x-2)^{-\frac{1}{4}}}{(x^2-2x-4)^5 + (x^2-x-1)^7};$$

$$\text{ б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3\sqrt{x+2}-5)^4 - \log_2^3 x}{3e^{x-2} - 2\sqrt{x-1} - 1}.$$

$$386. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_3(\ln x + 3x^2)}{\log_2(x^2 + 2x + 3)};$$

$$\text{ б) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - x \ln(-x)}{x^2 - e^x}.$$

$$387. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} (x^{-2} - \sin^{-2} x);$$

$$\text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} (\sin^{-2} x - \arcsin^{-2} x).$$

$$388. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 1+} \left(\frac{x}{x-1} \right)^{x-1};$$

$$\text{ б) } \lim_{x \rightarrow -1+} \left(\frac{1}{x+1} \right)^{x^2-1}.$$

$$389. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x - 1)^{\log_x 2};$$

$$\text{ б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1)^{\log_{x^2+x+1} e}.$$

$$390. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} + \sin x - x - \frac{x^2}{3} - 1}{\sqrt{x^3+x+1} - \sqrt{2x^3+x+1}};$$

$$\text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} \cdot \sin 2x - \operatorname{tg} 2x - 2x^2}{x^3}.$$

391. Известно, что $\left(\operatorname{sh}(\operatorname{sh} x) - x - \frac{1}{3}x^3 \right)_{x \rightarrow 0} \sim \mu x^k$. Найдите μ и k .

Найдите приближенные значения следующих числовых выражений с помощью дифференциала (392–394).

$$392. \text{ а) } \sqrt{4,15}; \quad \text{ б) } \sqrt[3]{0,94}; \quad \text{ в) } \frac{\sqrt{1,08}}{2,08}.$$

$$393. \text{ а) } 9,12 \cdot \sqrt{9,12}; \quad \text{ б) } \frac{2}{3,9} - \sqrt{3,9}; \quad \text{ в) } 4,09 \cdot \sqrt[3]{4 + (4,09)^2}.$$

$$394. \text{ а) } \sqrt[4]{16,2}; \quad \text{ б) } \frac{7,82}{1 + \sqrt[3]{7,82}}; \quad \text{ в) } 2 \cdot \sqrt[3]{1,18} - 3 \cdot \sqrt{1,18}.$$

Найдите приближенные значения следующих числовых выражений с помощью многочлена Тейлора второй степени. Ответ дать в виде десятичной дроби с двумя цифрами после запятой (цифра сотых указывается с учетом округления) (395–396).

$$395. \text{ а) } \sqrt[3]{9}; \quad \text{ б) } \sqrt{3,9}; \quad \text{ в) } \sqrt{1,2^2 + 8 \cdot 1,2}.$$

$$396. \text{ а) } \sqrt[3]{(3,1)^2 - 1}; \quad \text{ б) } (2,9^2 + 1,9)^2; \quad \text{ в) } (4,85^2 + 0,85)^2.$$