

## Предисловие

Данное пособие адресовано студентам первых курсов факультетов физико-математической направленности, которые планируют изучить алгебру глубже, чем это предполагается основной программой.

Мы старались, с одной стороны, предложить более современный взгляд на некоторые части стандартной программы (тензоры, действия групп, линейные пространства и т. д.), а с другой — рассмотреть некоторые традиционно не входящие в программу задачи, полезные в других разделах математики (сингулярные разложения, псевдообратные матрицы, теорию представлений, графы Кэли и т. д.). Также мы старались указать на взаимосвязь различных разделов современной математики, в частности на различия и схожесть конечномерных и бесконечномерных пространств и другие подобные вопросы.

Мы предполагаем, что читатели будут обращаться к соответствующим главам нашей книги параллельно с изучением основного курса. Мы советуем читателям перед просмотром решения попытаться решить предлагаемые задачи самостоятельно. Наибольшую пользу из работы с данным пособием извлекут те студенты, которые будут обращаться к нему по мере изучения соответствующих разделов в основном курсе, расширяя свой кругозор и математическую эрудицию при помощи предлагаемых нами задач. В пособии можно найти немало задач, по своей сложности существенно превышающих традиционные учебные задачи, однако полезных с точки зрения приложений и более глубокого понимания материала. Также читатели смогут найти ответы на вопросы, которые обычно «не влезают» в стандартные курсы. Кроме того, мы надеемся, что подробное изложение некоторых тем сможет прояснить для студентов те трудности, которые возникают при изучении некоторых разделов линейной алгебры.

Пособие является сборником задач с решениями и необходимыми теоретическими пояснениями, которые делают его доступным для студентов младших курсов. Поскольку изложение в рамках одного параграфа последовательно, зачастую возникает необходи-

мость обратиться к предшествующим задачам, так что мы рекомендуем изучать заинтересовавшие параграфы с начала.

Книга является существенно переработанной и дополненной версией нашей работы [5]. Условия ряда задач, включенных в текст, были взяты в том числе из следующих источников: [7, 9, 13, 14, 15, 17, 26, 33, 39, 42, 43].

Работа А. А. Арутюнова выполнена в рамках гранта МК-2364.2020.1.

Авторы выражают свою благодарность студентам факультета инноваций и высоких технологий МФТИ, особенно Алексею Волостнову, Александру Зайкову и Андрею Асанову, чьи решения задач на семинарах в ряде случаев позволили усовершенствовать изложение, нашему коллеге Александру Митрофановичу Попову за многочисленные замечания и предложения, студентке 599 группы ФИВТ МФТИ Валерии Немычниковой за поиск опечаток и содержательные комментарии, а также Анне Алексаниной за элегантный рисунок на обложке, выполненный специально для этого издания.