

## Задание 1

### Арифметические действия с дробями

Задание 1 ЕГЭ по математике базового уровня представляет собой задачу на арифметические действия с дробями — как десятичными, так и обыкновенными.

В случае обыкновенных дробей стандартный рецепт один — приведение дробей к общему знаменателю, если знаменатели различны. Наиболее простой случай — когда знаменатели одной или двух дробей являются делителями знаменателя другой.

**Пример 1.** Найдите значение выражения  $\frac{2}{15} - \frac{3}{5} + \frac{2}{3}$ .

РЕШЕНИЕ. Приведём дроби к общему знаменателю 15 и выполним арифметические действия:

$$\frac{2}{15} - \frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{2 - 3 \cdot 3 + 2 \cdot 5}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

ОТВЕТ. 0,2.

В более сложных случаях общий знаменатель находится как произведение знаменателей данных дробей.

**Пример 2.** Найдите значение выражения  $\frac{5}{8} + \frac{7}{25}$ .

РЕШЕНИЕ. Приведём дроби к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\frac{5}{8} + \frac{7}{25} = \frac{5 \cdot 25}{8 \cdot 25} + \frac{7 \cdot 8}{8 \cdot 25} = \frac{125 + 56}{200} = \frac{181}{200} = 0,905.$$

ОТВЕТ. 0,905.

Если тема усвоена достаточно хорошо, лучше не просто находить произведение знаменателей данных дробей, а выбирать в качестве общего знаменателя их наименьшее общее кратное, когда это возможно.

**Пример 3.** Найдите значение выражения  $\left(\frac{17}{28} - \frac{11}{21}\right) \cdot 30$ .

РЕШЕНИЕ. Заметим, что  $28 = 7 \cdot 4$ , а  $21 = 7 \cdot 3$ . Поэтому в качестве общего знаменателя дробей можно выбрать  $7 \cdot 4 \cdot 3 = 84$ . Приведём дроби к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\left(\frac{17}{28} - \frac{11}{21}\right) \cdot 30 = \left(\frac{17 \cdot 3}{84} - \frac{11 \cdot 4}{84}\right) = \frac{7}{84} \cdot 30 = \frac{1}{12} \cdot 30 = \frac{5}{2} = 2,5.$$

ОТВЕТ. 2,5.

Иногда, прежде чем приступить к вычислениям, удобно обратить дроби в неправильные.

**Пример 4.** Найдите значение выражения  $\left(1\frac{7}{8} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 48$ .

**Решение.** Обратим дроби в скобках в неправильные, приведём их к общему знаменателю и выполним арифметические действия:

$$\left(1\frac{7}{8} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 48 = \left(\frac{15}{8} - \frac{5}{3}\right) \cdot 48 = \frac{45 - 40}{24} \cdot 48 = 10.$$

Ответ. 10.

Заметим, что целые части дробей в скобках в разобранным примере одинаковы, при вычитании их разность будет равна нулю и вычисления упростятся, если пример переписать в виде  $\left(\frac{7}{8} - \frac{2}{3}\right) \cdot 48$ . Далее проще всего раскрыть скобки:

$$\left(\frac{7}{8} - \frac{2}{3}\right) \cdot 48 = \frac{7 \cdot 48}{8} - \frac{2 \cdot 48}{3} = 7 \cdot 6 - 2 \cdot 16 = 42 - 32 = 10.$$

Иногда можно использовать навыки рационального счёта, например, не выполняя умножение двухзначных или трёхзначных чисел, поскольку на одно из них в конце решения удаётся сократить дробь.

**Пример 5.** Найдите значение выражения  $15\frac{15}{17} : \frac{15}{17}$ .

**Решение.** Пример можно решить, обратив первую дробь в неправильную:

$$15\frac{15}{17} : \frac{15}{17} = \frac{15 \cdot 17 + 15}{17} : \frac{15}{17} = \frac{15 \cdot 18}{17} : \frac{15}{17} = \frac{15 \cdot 18}{17} \cdot \frac{17}{15} = 18.$$

Ответ. 18.

Можно использовать и другой способ:

$$15\frac{15}{17} : \frac{15}{17} = \left(15 + \frac{15}{17}\right) : \frac{15}{17} = 15 : \frac{15}{17} + \frac{15}{17} : \frac{15}{17} = 17 + 1 = 18.$$

Действия с конечными десятичными дробями обычно приводят к меньшему числу ошибок по сравнению с задачами на действия с обыкновенными дробями или комбинациями обыкновенных и смешанных дробей. Связано это, видимо, с тем, что конечные десятичные дроби как бы являются «по умолчанию» дробями «с общим знаменателем»: в самом сложном случае достаточно дописать необходимое количество нулей после запятой, чтобы получить дроби с одним и тем же числом знаков после запятой. Иногда вычисления удаётся рационализировать стандартными приёмами: вынесением за скобки общего множителя, применением формул сокращённого умножения, распределительных свойств и т. п.

**Пример 6.** Найдите значение выражения  $0,987 \cdot 999 + 0,987$ .

РЕШЕНИЕ. Вынесем за скобки общий множитель:

$$0,987 \cdot 999 + 0,987 = 0,987(999 + 1) = 0,987 \cdot 1000 = 987.$$

ОТВЕТ. 987.

**Пример 7.** Найдите значение выражения  $\frac{75^2 - (0,75)^2}{74,25}$ .

РЕШЕНИЕ. Применим к числителю данной дроби формулу разности квадратов:

$$\frac{75^2 - (0,75)^2}{74,25} = \frac{(75 - 0,75)(75 + 0,75)}{74,25} = \frac{74,25 \cdot 75,75}{74,25} = 75,75.$$

ОТВЕТ. 75,75.

Задания, в которых встречаются как десятичные, так и обыкновенные дроби, вызывают порой значительные затруднения. Если знаменатели всех дробей в условии являются степенями двойки и пятёрки или произведением таких степеней, дроби лучше обратить в конечные десятичные. Если хотя бы один из знаменателей дробей отличен от степеней двойки и пятёрки или произведения таких степеней, дроби лучше обратить в обыкновенные. Рассмотрим примеры.

**Пример 8.** Обратите  $\frac{3}{40}$  в десятичную дробь.

РЕШЕНИЕ. Заметим, что  $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ . Поэтому для того, чтобы обратить данную обыкновенную дробь в конечную десятичную, можно выполнить деление числителя дроби на её знаменатель столбиком либо записать её в виде дроби со знаменателем, являющимся степенью числа 10. Для этого достаточно умножить числитель и знаменатель дроби на 25. Получим

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 25}{2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{75}{1000} = 0,075.$$

ОТВЕТ. 0,075.

**Пример 9.** Обратите 2,34 в обыкновенную дробь.

РЕШЕНИЕ. Имеем  $2,34 = 2 \frac{34}{100} = 2 \frac{17}{50}$ .

ОТВЕТ.  $2 \frac{17}{50}$ .

**Пример 10.** Найдите значение выражения  $5,05 + \frac{4}{5} + \frac{3}{4}$ .

РЕШЕНИЕ. Поскольку  $\frac{4}{5} = 0,8$ ,  $\frac{3}{4} = 0,75$ , искомое значение равно сумме  $5,05 + 0,8 + 0,75 = 6,6$ .

ОТВЕТ. 6,6.

**Пример 11.** Найдите значение выражения  $(12,5 - 6\frac{2}{3}) \cdot 19,2$ .

Решение. Обратим все дроби в неправильные обыкновенные дроби и раскроем скобки (в данном случае это наиболее рациональный способ):

$$\begin{aligned}(12,5 - 6\frac{2}{3}) \cdot 19,2 &= \left(\frac{25}{2} - \frac{20}{3}\right) \cdot \frac{96}{5} = \frac{25}{2} \cdot \frac{96}{5} - \frac{20}{3} \cdot \frac{96}{5} = \\ &= \frac{25}{5} \cdot \frac{96}{2} - \frac{20}{5} \cdot \frac{96}{3} = 5 \cdot 48 - 4 \cdot 32 = 112.\end{aligned}$$

Ответ. 112.

Отметим, что если рациональный способ вычислений не очевиден, то не надо тратить время на его поиск, а следует решить задачу стандартным образом.

**Пример 12.** Найдите значение выражения  $29 : \left(11\frac{29}{45} - 5,2\right)$ .

Решение. Преобразуем выражение в скобках, приведя дроби к общему знаменателю, а затем выполним действия:

$$\begin{aligned}29 : \left(11\frac{29}{45} - 5,2\right) &= 29 : \left(11\frac{29}{45} - 5\frac{9}{45}\right) = 29 : 6\frac{20}{45} = 29 : 6\frac{4}{9} = \\ &= 29 : \frac{58}{9} = 29 \cdot \frac{9}{58} = 4,5.\end{aligned}$$

Ответ. 4,5.