

## Введение

За своеобразной символикой формул, за интегралами и сигмами, словно за высокой стеной, уединилась математика от окружающего ее мира. То, что происходит за этой стеной, остается обычно тайной для непосвященного, и в стремлении ее разгадать он представляет себе бескровный механизм «мертвых чисел», функционирующий по законам внутренней необходимости. Тому же, кто остается за стеной, она зачастую закрывает горизонт, мешает взглянуть на внешний мир; он увлекается возможностью оценивать математические факты собственными мерками и находит тщеславное удовлетворение в том, что в его владения не проникает профан.

Нельзя ли пробить эту непроницаемую стену и открыть математику «непосвященному», и притом так, чтобы это принесло ему переживание собственного активного участия в математическом познании и творчестве? Может быть, такое «активное» восприятие математики доступно лишь узкому кругу «математически одаренных»? Конечно, математическим дарованием в собственном смысле слова, т. е. способностью самостоятельно открывать новые математические истины, наделены лишь немногие. Но ведь, например, и музыкальным дарованием, т. е. умением создавать музыкальные произведения достаточно высокой ценности, также обладают лишь немногие. Между тем мы встречаем множество людей, понимающих музыку, способных музицировать, во всяком случае находящих в музыке радость. Нам кажется, что если бы только удалось преодолеть то недоверие, с которым весьма многие под влиянием случайных школьных впечатлений сторонятся всего, связанного с математикой, то людей, склонных импровизировать в области несложных произведений математического искусства, оказалось бы не меньше, чем активных любителей музыки.

Задача, которую мы себе ставим, и заключается как раз в том, чтобы показать, что предубеждение против математики исчезает, если только заложенный в основе математического произведения замысел представить в раскрытом виде, не загроможденном ни формулами, ни сложными вычислениями. Мы стремимся дать здесь пред-

ставление о многообразии всех тех явлений, которые объединяются понятием «математика», представление о математике как таковой, о внутренней ее ценности, которой она обладает сама по себе.

Уже много раз пытались говорить о математике, обращаясь к нематематикам. При этом некоторые, стремясь найти доступ к читателю, старались выдвигать на первый план практическое ее значение: указывали на пользу, которую математика может представить в технических или иного рода применениях, иллюстрируя это удобопонятными примерами. Другие писали книги о математических играх и развлечениях; в них встречается много забавного, но они дают лишь карикатуру на то, что собственно следует называть математикой. Наконец, третьи излагали основания математики в плане общих философских значений; читатель, интересующийся чистой математикой, с особым увлечением занялся бы именно такой оценкой математики — с точки зрения теории познания и общего мировоззрения. Нам, однако, и этот подход представляется по существу лишь внешним подходом к математике, стремлением оценивать математику масштабами, лежащими вне ее самой.

В этой книге мы не имеем возможности осветить то влияние, которое излагаемые здесь идеи оказывают на саму математику, рассмотреть те, если можно так выразиться, внутренние приложения, которые одна область математики находит в другой. Иначе говоря, мы вынуждены здесь отказаться от попытки передать нечто весьма существенное для природы математического здания: от раскрытия поразительных внутренних связей, пронизывающих это здание во всех направлениях. В этом пункте наше самоотречение не добровольно, ибо грандиознейшие открытия были сделаны как раз при прокладке таких внутренних связей, при установлении этих широких взаимозависимостей. Однако для ознакомления с ними от читателя потребовалась бы обширная и углубленная подготовка, более того — основательная тренировка, а это уже не входит в наши намерения. Короче говоря, центр тяжести нашего изложения будет лежать не в фактах, в которых обычно раскрывается содержание науки перед неспециалистом, а в типах математических явлений, в методике постановки вопросов, в поисках решения поставленных вопросов. Понимание больших математических произведений, широкообъемлющих теорий требует, конечно, продолжительной подготовки и значительных усилий. Но то же самое относится и к музыке.

Человек, впервые попавший на концерт, едва ли сумеет оценить «Искусство фуги» Баха и охватить строение симфонии. Но ведь наряду с грандиозными музыкальными композициями существуют и так называемые «малые формы», в которых таится подчас обаяние большого искусства и гений которых может быть раскрыт каждому. Такие же «малые формы» хотелось нам извлечь здесь и из обширного мира математики: ряд тем, из которых каждая может быть понята сама по себе, каждая несет свою внутреннюю ценность. В лекционном изложении такая тема укладывается в час, причем слушатель не утруждается связью с другими темами или школьной наукой. Теоремы о равенстве треугольников и правила умножения скобок читатель вспомнит постепенно при чтении.

Эстетическая ценность музыкального произведения заключена не в одной только ведущей линии мелодии: легкая вариация основной темы, неожиданная модуляция может сообщить всему произведению новое заострение, однако уловить и ощутить это будет способен лишь тот, кто предварительно прислушается к основной теме. В этом же смысле и наш читатель должен «прислушаться» к основному мотиву проблемы, которым открывается та или иная тема, к ее постановке, к первым простым примерам, которыми эта тема подкрепляется, прежде чем развернется решительный штурм центральной идеи; он должен следовать за ходом мысли несколько более активно, чем это обычно требуется при чтении. Тогда перед ним исчезнут все препятствия к овладению основным замыслом. Ему будет дано как бы соучаствовать в драме «искания — открытия» некоторых великих мыслителей, которые, покидая иногда обширные здания создаваемых ими общих теорий, возводили тот или иной простой математический факт в небольшое законченное произведение искусства, являвшее в себе фрагментарный прообраз «математического».

*Г. Радемахер, О. Тёплиц*