

Предисловие

Поводом для написания настоящего учебника послужил двухгодичный курс алгебры, прочитанный мною в Математическом колледже Независимого московского университета (НМУ) в 1992—1994 гг. Энтузиазм слушателей и относительно малое их число позволили мне читать курс на более высоком уровне, чем это принято на механико-математическом факультете МГУ (мехмате), и затронуть ряд тем, не входящих в курс алгебры мехмата. Однако при написании учебника я использовал свой опыт преподавания на мехмате, и его окончательный вариант имеет лишь отдаленное сходство с курсом, прочитанным в НМУ.

В издательстве «Факториал» книга переиздавалась три раза — в 1999, 2000 и 2002 годах. Новое издание вышло в издательстве МЦНМО в 2011 году.

По содержанию гл. 1—4 примерно соответствуют курсу алгебры первого семестра мехмата, а гл. 5—7 и отчасти гл. 8 — курсу линейной алгебры и геометрии второго семестра. Оставшиеся главы значительно перекрывают курс алгебры третьего семестра. Они адресованы в первую очередь тем студентам, которые хотят стать алгебраистами.

Глава 7 посвящена геометрии евклидовых, аффинных и проективных пространств. Однако ее ни в коей мере нельзя считать полноценным учебным пособием по геометрии; скорее это алгебраический взгляд на геометрию.

В первых четырех главах я постарался сделать изложение настолько подробным, насколько это может быть разумно, если иметь в виду такого читателя, как студент первого семестра мехмата. (Впрочем, язык множеств и отображений используется с самого начала без каких-либо объяснений.) Однако затем я начинаю позволять себе опускать некоторые легко восполнимые детали, считая, что читатель постепенно набирается математической культуры.

В книге почти нет технически сложных доказательств. В соответствии со своим взглядом на математику я стремился заменять выкладки и сложные рассуждения идеями. Кому-то это может показаться трудным, но усилия, потраченные на усвоение идей, окупят-

ся возможностью самостоятельно решать задачи, не рассматриваемые в учебнике.

Приведенный в конце книги список литературы на русском языке, которая, на мой взгляд, может быть полезной читателю, безусловно, далеко не полон и даже до некоторой степени случаен.

Основные изменения, сделанные при переизданиях, имели целью упростить изложение в техническом и идейном плане. В частности, с этой целью полностью переписана глава «Тензорная алгебра». Дано изложение теории абелевых групп, независимое от общей теории модулей над кольцами главных идеалов и подготавливающее читателя к восприятию этой общей теории, если он захочет это сделать.

С целью облегчить жизнь начинающему читателю аксиоматические определения поля комплексных чисел и определителей даны лишь после их конструктивных определений. Понятие линейного отображения и весь относящийся к нему материал перенесены из гл. 2 в гл. 5. Дано более простое доказательство существования жорданова базиса для нильпотентного линейного оператора.

В то же время при переизданиях было сделано несколько небольших добавлений. Так, дано доказательство неприводимости многочлена деления круга на любое число частей; описано приложение теории абелевых групп к исследованию симметрии кристаллов; добавлены некоторые сведения о (тензорных) произведениях и симметрических степенях линейных представлений групп с примером, иллюстрирующим применение этих понятий к физике. Добавлены задачи, содержащие существенную дополнительную информацию о линейных представлениях групп, увеличено число примеров групп Ли.

Я искренне благодарен всем бывшим и нынешним сотрудникам кафедры высшей алгебры мехмата, в общении с которыми сложились мои представления о преподавании алгебры.

Я благодарю редактора первого издания учебника Г. М. Цукерман, в результате тщательной работы которой было обнаружено большое количество неточностей и опечаток, а также сотрудников издательства МЦНМО Ю. Н. Торхова и В. В. Шувалова, чьи энтузиазм и самоотверженность немало способствовали улучшению качества учебника.

Я выражаю благодарность всем людям, указавшим мне на опечатки и неточности, в особенности И. В. Аржанцеву, А. П. Мишиной,

А. Д. Свердлову, а также профессору Скипу Гарибальди из университета Эмори (США).

Рисунок на переплете, выполненный на компьютере Ф. Э. Винбергом, иллюстрирует гомоморфизм $SU_2 \rightarrow SO_3$.

О нумерации. Теоремы нумеруются в пределах параграфа. При ссылке на теорему другого параграфа той же главы первая цифра означает номер параграфа, при ссылке на теорему другой главы первая цифра означает номер главы, вторая — номер параграфа. Так, теорема 2 — это теорема 2 того же параграфа, теорема 3.2 — это теорема 2 § 3 той же главы, а теорема 6.3.2 — это теорема 2 § 3 гл. 6. То же относится к параграфам, предложениям, примерам, задачам и замечаниям. Формулы и рисунки нумеруются в пределах главы.

Э. Б. Винберг