

# Оглавление

Предисловие . . . . .	6
<b>Глава 1. Алгебраические структуры</b>	<b>9</b>
§ 1. Введение . . . . .	9
§ 2. Абелевы группы . . . . .	12
§ 3. Кольца и поля . . . . .	17
§ 4. Поле комплексных чисел . . . . .	22
§ 5. Кольца вычетов . . . . .	28
§ 6. Векторные пространства . . . . .	34
§ 7. Алгебры . . . . .	38
§ 8. Алгебра матриц . . . . .	41
<b>Глава 2. Начала линейной алгебры</b>	<b>48</b>
§ 1. Системы линейных уравнений . . . . .	48
§ 2. Базис и размерность векторного пространства . . . . .	58
§ 3. Ранг матрицы . . . . .	68
§ 4. Определители . . . . .	74
§ 5. Некоторые приложения определителей . . . . .	88
<b>Глава 3. Начала алгебры многочленов</b>	<b>92</b>
§ 1. Построение и основные свойства алгебры многочленов . . . . .	92
§ 2. Общие свойства корней многочленов . . . . .	99
§ 3. Основная теорема алгебры комплексных чисел . . . . .	106
§ 4. Корни многочленов с вещественными коэффициентами . . . . .	110
§ 5. Теория делимости в евклидовых кольцах . . . . .	117
§ 6. Многочлены с рациональными коэффициентами . . . . .	123
§ 7. Многочлены от нескольких переменных . . . . .	127
§ 8. Симметрические многочлены . . . . .	132
§ 9. Кубические уравнения . . . . .	140
§ 10. Поле рациональных дробей . . . . .	147
<b>Глава 4. Начала теории групп</b>	<b>154</b>
§ 1. Определение и примеры . . . . .	154
§ 2. Группы в геометрии и физике . . . . .	162
§ 3. Циклические группы . . . . .	166
§ 4. Системы порождающих . . . . .	173

---

§ 5. Разбиение на смежные классы . . . . .	175
§ 6. Гомоморфизмы . . . . .	183
<b>Глава 5. Векторные пространства</b>	<b>192</b>
§ 1. Подпространства . . . . .	192
§ 2. Линейные отображения . . . . .	197
§ 3. Сопряженное пространство . . . . .	205
§ 4. Билинейные и квадратичные функции . . . . .	209
§ 5. Евклидово пространство . . . . .	221
§ 6. Эрмитовы пространства . . . . .	230
<b>Глава 6. Линейные операторы</b>	<b>234</b>
§ 1. Матрица линейного оператора . . . . .	234
§ 2. Собственные векторы . . . . .	240
§ 3. Линейные операторы и билинейные функции в евклидовом пространстве . . . . .	246
§ 4. Жорданова форма . . . . .	258
§ 5. Функции от линейного оператора . . . . .	265
<b>Глава 7. Аффинные и проективные пространства</b>	<b>277</b>
§ 1. Аффинные пространства . . . . .	277
§ 2. Аффинные отображения . . . . .	283
§ 3. Выпуклые множества . . . . .	290
§ 4. Евклидовы аффинные пространства . . . . .	302
§ 5. Квадрики . . . . .	309
§ 6. Проективные пространства . . . . .	323
<b>Глава 8. Тензорная алгебра</b>	<b>338</b>
§ 1. Тензорное произведение векторных пространств . . . . .	338
§ 2. Тензорная алгебра векторного пространства . . . . .	346
§ 3. Симметрическая алгебра . . . . .	353
§ 4. Алгебра Грассмана . . . . .	360
<b>Глава 9. Коммутативная алгебра</b>	<b>372</b>
§ 1. Конечно порожденные абелевы группы . . . . .	372
§ 2. Идеалы и факторкольца . . . . .	386
§ 3. Модули над кольцами главных идеалов . . . . .	395
§ 4. Нётеровы кольца . . . . .	403
§ 5. Алгебраические расширения . . . . .	408

---

§ 6. Конечно порожденные алгебры и аффинные алгебраические многообразия . . . . .	421
§ 7. Разложение на простые множители . . . . .	432
<b>Глава 10. Группы</b>	<b>441</b>
§ 1. Прямые и полупрямые произведения . . . . .	441
§ 2. Коммутант . . . . .	448
§ 3. Действия . . . . .	451
§ 4. Теоремы Силова . . . . .	458
§ 5. Простые группы . . . . .	461
§ 6. Расширения Галуа . . . . .	465
§ 7. Основная теорема теории Галуа . . . . .	471
<b>Глава 11. Линейные представления и ассоциативные алгебры</b>	<b>478</b>
§ 1. Инвариантные подпространства . . . . .	478
§ 2. Полная приводимость линейных представлений конечных и компактных групп . . . . .	491
§ 3. Конечномерные ассоциативные алгебры . . . . .	496
§ 4. Линейные представления конечных групп . . . . .	504
§ 5. Инварианты . . . . .	517
§ 6. Алгебры с делением . . . . .	524
<b>Глава 12. Группы Ли</b>	<b>538</b>
§ 1. Определение и простейшие свойства групп Ли . . . . .	538
§ 2. Экспоненциальное отображение . . . . .	546
§ 3. Касательная алгебра Ли и присоединенное представление . . . . .	550
§ 4. Линейные представления групп Ли . . . . .	556
Ответы к задачам . . . . .	564
Словарь сокращений английских слов, употребляемых в обозначениях . . . . .	569
Список литературы . . . . .	571
Указатель обозначений . . . . .	573
Предметный указатель . . . . .	576