

Доказательство существования (вместо предисловия)

Памяти моих родителей

В этой книге собраны примерно два десятка моих «нетехнических» текстов, по большей части написанных и опубликованных за последние тридцать лет. Жанр ее, по старинному выражению, — *маргиналии*, заметки на полях, наброски мыслей, подготовительные черновики, не превратившиеся в теоремы, определения, романы или философские трактаты.

Математика, прекрасное ремесло, которым я занимался всю жизнь, служит здесь не только поводом для нематематических размышлений, но и метафорой человеческого существования. Не следует понимать эту фразу эзотерически. Математиков мало в каждом поколении, и они общаются часто над головами современников и через прошедшие десятилетия и столетия, как это делают поэты, музыканты, философы.

Сопровождающее такую жизнь чувство, «одиночество бегуна на длинную дистанцию», разные люди компенсируют по-разному. Я с детства любил чтение обильное и беспорядочное.

* * *

Большая часть того, что меня занимало в математике, связана с алгебраической геометрией. Ее основная тема — изучение решений систем полиномиальных уравнений со многими неизвестными. Если уравнения выбраны и зафиксированы, мы представляем себе множество всех их решений, состоящее из n -ок комплексных чисел, в виде геометрического образа, формы, размещенной в n -мерном (или $2n$ -мерном) пространстве. В одних направлениях эта форма уходит в бесконечность, а в других прихотливо замыкается на себе. Разнообразие и сложность таких форм бесконечно богаче, чем все, что можно увидеть на современных выставках абстрактного искусства. Математики научились находить регулярности, взаимосвязи и закономерности в этом огромном мире.

Меня больше всего привлекали приложения алгебраической геометрии к теории чисел и к физике. Одна из старейших задач теории чисел, восходящая к Древней Греции и до сих пор носящая имя Диофанта Александрийского (около 300 года нашей эры), также касается решений полиномиальных уравнений, но на этот раз мы постулируем, что коэффициенты полиномов суть целые числа, и спрашиваем:

Существуют ли решения, у которых все координаты тоже целые (или рациональные)? Насколько их много?

На заре нашей науки, когда математики античности только учились ставить такие вопросы и находить на них ответы, даже простейшие уравнения приносили глубокие озарения. Тот факт, что уравнение $x^2 - 2y^2 = 0$ не имеет других целочисленных решений, кроме $x = y = 0$, открыл глаза на то, что мир геометрических величин много больше мира «рационально измеримых» величин (диагональ квадрата несоизмерима с его стороной). По существу, евклидова геометрия была также началом теоретической физики — кинематики идеально твердых тел в двумерном или трехмерном гравитационном вакууме, — а попытки связать формы с числами привели много позже к кристаллизации алгебраического, аналитического и вычислительного аппарата физики. Диагональ единичного квадрата $\sqrt{2}$, сторона куба с объемом 2 ($\sqrt[3]{2}$) и длина окружности единичного диаметра π были изначально физическими константами, а привычные нам вещественные числа в истории математики медленно осознавались как огромное потенциальноеместилище для значений всех физических величин. Целых и рациональных чисел для познания мира не хватало.

С другой стороны, для описания и физического мира, и мира идей, для передачи от учителя к ученику того, что уже понято, для сохранения от забвения в следующих поколениях, люди нуждались в словах, символах, знаках, в жестких правилах для обращения с ними. Силлогизмы Аристотеля оказались таким же зачатком теории языка науки, как пифагорейские открытия — зачатком теоретической физики. Медленно, через схоластов, Лейбница, Буля, Гёделя, фон Неймана и многих других, развивалось осознание того, что с текстами на языке науки можно обращаться так же, как с целыми числами.

Теория познания, принадлежа философии, находится за пределами нашего обсуждения, но можно вообразить и ее технические задачи, скажем, *можно ли из данного компендиума знаний логически извлечь ответ на новый вопрос, или это требует расширения базы знаний?*

Через две с лишним тысячи лет после Диофанта и Пифагора выяснилось, что в принципе любая такая задача сводится к одной, которую

мы уже сформулировали: *есть ли решение у данной системы диофантовых уравнений?*

* * *

Взаимодействие алгебраической геометрии с теорией чисел привело к пониманию удивительного и фундаментального принципа: ответы на диофантовы вопросы о системе уравнений критически зависят от геометрической формы пространства всех комплексных решений этой системы.

Например, пространство всех комплексных решений может выглядеть (топологически) как сфера, или тор, или сфера с несколькими ручками. Количество ручек называется *родом*, это очень устойчивый инвариант системы уравнений, и кажется, что он имеет мало общего с арифметическими тонкостями и дискретными точками решетки целочисленных векторов (в проективном пространстве различие между целыми и рациональными точками стирается).

Тем не менее, род определяет, когда множество всех рациональных решений может быть бесконечным: *только если ручек не больше одной*.

Это — содержание знаменитой гипотезы Морделла, которой я занимался в шестидесятые годы. Позже я попытался наметить контуры программы, которая прояснила бы взаимоотношения между геометрическими и диофантовыми свойствами в любой размерности.

В рабочий инструментарий теоретической физики до недавнего времени входили только рудименты алгебраической геометрии. Положение стало меняться в шестидесятые годы прошлого века, когда аппарат квантовой теории поля и особенно теории струн вывел алгебраическую геометрию на первый план.

Привычный образ мировой линии точечной элементарной частицы был замещен образом мирового листа маленькой струны. Такой лист выглядит как (риманова) поверхность, и ее род — число ручек — соответствует числу петель в выражениях для фейнмановских амплитуд, которые с сороковых годов стали центральным теоретическим и вычислительным средством квантовой физики.

Мне удалось вычислить так называемую меру Полякова на пространстве модулей (параметров) римановых поверхностей, знание которой необходимо для вычисления фейнмановских интегралов. Оказалось, что она строится из тех же арифметических компонент, которые играли центральную роль в полном доказательстве гипотезы Морделла, незадолго до того полученном Гердом Фальтингсом.

Контрапункт этих двух тем — языка и геометрии, теории чисел и физики, логики и интуиции — постоянно возникает в физико-математических частях книги.

* * *

Во второй половине прошлого века взаимный интерес гуманитариев и математиков друг к другу создавал атмосферу, в которой могло начаться сотрудничество. Разрыв «двух культур» (Ч. П. Сноу) стал казаться преодолимым, по крайней мере в Москве и в Париже. Лингвисты, побуждаемые как внутренней логикой своих задач, так и растущими возможностями компьютеров, начали разрабатывать принципы точного описания естественных языков; меня особенно увлекла замечательная общелингвистическая программа «Смысл—Текст» Игоря Мельчука. Колмогоров с учениками занялся поэтической речью и ее статистикой. Во встречном направлении шли семиотики и стиховеды. Не обходилось без разочарований и раздражения¹.

Меня, однако, не соблазняла перспектива применить свои рабочие навыки математика к гуманитарному материалу. Мне хотелось вжиться в него, как вживаются в чужую страну, и описать увиденное словами не столь точными, сколь выразительными. (В контексте литературоведения Сьюзен Зонтаг назвала такую установку «эротическим отношением к литературе».)

Плодами этих мечтаний оказались три статьи: «Архетип Пустого Города», «„Мифологический плут“ по данным психологии и теории культуры», «К проблеме ранних стадий речи и сознания (филогенез)».

В конечном счете, все три работы возникли из желания понять черты коллективной психологии человеческого поведения. Материалистические объяснения истории, сформулированные на деревянном официальном аргументе, не объясняли ни ее неправдоподобной жестокости, ни ее творческой страсти. Иногда казалось, что историю делают не вожди, классы и массы, а кучка садистов руками толп мазохистов.

Я услышал «архетип Пустого Города» в разных мотивах искусства и облек его в словесную оболочку аналитической психологии Юнга, рационализировав его как подсознательную тень «проектного сознания», создающего светские и религиозные утопии, иногда невероятной красоты и мощи. В недавних комментариях Г. И. Ревзина и А. А. Грякалова² этот архетип привлекается в дискурсах, посвященных искусствоведению и философии детства.

¹ «В таблицах сумма по столбцам и сумма по строкам никак не хотели сходиться (...) Впрочем, таблицы с цифрами мало кто читает: в моей книге „Современный русский стих“ (1974. С. 337) неправильно суммированы подсчеты по тактовике Блока и поэтому неправильны все выводы из них, но за 25 лет никто этого не заметил». (Гаспаров М. Записи и выписки. М.: НЛЮ, 2001. С. 316).

² http://www.projectclassica.ru/v_o/11_2004/11_2004_o_01b.htm,
<http://www.archi.ru/press/revzin/kom071201.htm>,
<http://social.philosophy.pu.ru/?cat=publications&key=105>.

Мифологический плут требует более пространных комментариев.

Много лет я вел домашний семинар, посвященный психолингвистике и эволюции сознания и интеллекта (это был один из вариантов традиционных московских посиделок «на кухне»).

Среди его участников и докладчиков были лингвисты, нейробиологи, психиатры, филологи. Мы пытались найти общие интересы и вопросы, где соединение разных профессиональных знаний, привычек и опыта могли бы привести к чему-нибудь новому.

Я постепенно сосредоточился на раздумьях, которые мог себе позволить только дилетант. Я попытался вообразить себе зарождение языка как системы социального поведения.

Методы сравнительного языкознания позволяют реконструировать словарь и грамматику праязыковых состояний в дописьменную эпоху. Они основаны на сравнении фонетически и семантически близких слов родственных языков, затем (скажем, в ностратических реконструкциях) на сравнении фонетически и семантически близких реконструированных корней. С каждым шагом реконструкции количество сохранившегося материала убывает экспоненциально, поэтому дальше примерно $(10-13) \cdot 10^3$ лет до н. э., то есть раннего неолита, компаративистика дойти не может (конечно, эти глоттохронологические датировки могут уточняться и оспариваться). Привлечение генетических данных (Луиджи Кавалли-Сфорца) подкрепляет и углубляет полученную картину, но о собственно языках уже не сообщает ничего.

Между тем, говорить человек начал предположительно где-то между $3 \cdot 10^4$ и 10^5 лет до н. э., и я хотел вообразить, как это могло происходить.

Для краткости я представлю свои размышления в виде серии сухих и упрощенных тезисов.

(а) В исторически описанных обществах изредка появлялись люди, чей уровень речевой компетенции на порядки превосходил уровень обычных, даже образованных и активных деятелей. Можно вспомнить таких кристаллизаторов национальных языков, как Данте, Шекспир и Пушкин. В дописьменных обществах, вероятно, такими были творцы «Одиссеи» и «Гильгамеша».

Я предположил, что то же происходило на гораздо более архаичных стадиях развития речи. Появлялись люди, через которых артикулировал еще не рожденный язык, производимый мутировавшим мозгом. Эта прото-речь врывалась в безъязыковое окружение через прото-шаманов и прото-поэтов.

(б) Прото-речь развивалась параллельно с прото-сознанием.

Изначальные функции и речи, и сознания не были когнитивными. Они состояли во введении психического механизма, который мог бы *останавливать врожденные, инстинктивные, животные реакции и поведенческие стереотипы*.

Прото-речь доставляла сигнальную систему, включавшую остановку таких реакций; она могла быть интериоризована и начинала составлять основу индивидуальной психики.

Все более выраженная речь также позволяла отдельным, особо одаренным индивидуумам контролировать поведение других людей и в конечном счете создавать «альтернативные реальности» религии, литературы, философии и науки.

(в) Наконец, развивающаяся асимметрия левого и правого полушарий головного мозга, которая сопровождала развитие лингвистической компетенции раннего человека, легко приводила к тому, что в современных терминах можно было бы описать как острое невротическое расстройство. (В литературе имеются сходные спекуляции, основанные на другом материале, например, на эволюции сексуального поведения от животного до человеческого.)

На некоторой стадии реконструкции я понял, что фигура, представшая моему воображению, разительно похожа на «мифологического плута» (в англоязычном варианте трикстера). Я начал читать обширную литературу о трикстерах. Свидетельства подтверждали, что трикстеры по всему свету обладали недюжинными языковыми способностями и в то же время были глубокими невротиками.

Дарвиновская эволюция была благосклонна к трикстерским генам, потому что его бурная сексуальная активность сопровождалась талантом манипулятора. Более того, традиционная роль трикстера как мудрого советника при центре власти давала ему дополнительные репродуктивные преимущества.

Моя статья о трикстере была опубликована в «Природе» в 1987 году.

Только недавно я узнал, что примерно тогда же, в 1988 году, группа исследователей опубликовала книгу «Макиавеллиевский интеллект»³.

Ее содержание было вкратце резюмировано во второй части этой книги⁴ так: «(...) изначальной движущей силой эволюции интеллекта был отбор по эффективности манипулятивного социального поведения внутри групп, где самые трудные задачи, стоящие перед индиви-

³ Machiavellian Intelligence: Social expertise and the evolution of intellect in monkeys, apes and humans / Ed. by R. W. Byrne, A. Whiten. Oxford: Clarendon Press, 1988.

⁴ Machiavellian Intelligence II: Extensions and evaluations / Ed. by A. Whiten and R. W. Byrne. Cambridge University Press, 1997.

дуумом, были связаны с необходимостью взаимодействия с другими членами группы».

Авторы (или редакторы) предложили термин «макиавеллиевский интеллект» именно для того, чтобы метафорически выразить этот опыт социального манипулирования. Полевые исследования выявили его зачатки уже в сообществах приматов.

Воображенный мной Трикстер замечательно соответствовал этому описанию.

* * *

В 1942 году мой отец ушел на фронт, где через год погиб. В последние дни дома он хотел, я думаю, побыть со мной и научить меня чему-нибудь, что я бы запомнил надолго. «Завтра мы пойдем ловить рыбу», — сказал он.

Назавтра мы отправились с утра и остановились у ближайшего большого арыка (дело было в Чарджоу, куда после эвакуации из Симферополя попала часть Крымского пединститута). В арыке текла коричневая глинистая вода. Я был почти уверен, что никакая рыба там жить не может, да и вообще, как ее ловить? (мне было пять лет).

Отец сломал два прута, очистил их от листьев и привязал к ним по нитке, на концах ниток были две гнутые булавки, заменявшие крючки. На булавки он насадил шарики хлебного мякиша. В меня начало заползать страшное подозрение: рыба проглотит эти булавки, ей будет очень больно, а мы ее вытащим, ей будет нечем дышать, и она умрет. Я боялся сказать хоть слово.

Отец забросил удочки. Ничего не происходило, нитки шевелились в мутной воде.

Наконец отец со вздохом сказал, что пора домой, вытащил «лески» и посмотрел на хлебные шарики.

Они были слегка обкусаны! Значит, рыба в арыке жила, а мы никого не убили!

Счастье, которое я испытал, сделав два этих открытия, и осталось главным уроком моего отца, и я не забыл его до нынешнего дня.

Сочиня свой личный миф, я решил, что это был мой первый онтологический опыт, «доказательство существования» по косвенным признакам.

* * *

Вся моя интеллектуальная жизнь была сформирована тем, что я условно стал называть Просвещенческим проектом. Его основная посылка состояла в вере, что человеческий разум имеет высшую ценность, а распространение науки и просвещения само по себе

неизбежно приведет к тому, что лучшие, чем мы, люди, будут жить в лучшем, чем мы, обществе.

Ничто из того, что я наблюдал вокруг себя в течение двух третей прошлого века и подходящего к концу десятилетия нового века, не оправдывало этой веры.

И все же я верю в Просвещенческий проект.

* * *

В заключение я хочу выразить сердечную благодарность всем моим учителям, друзьям и собеседникам долгих лет. Перечислить их нет никакой возможности, но от них, а также из их книг я узнал все, что знаю (или думаю, что знаю).

Особая признательность Ксане и Мите.

Мите пришлось в голову собрать эту книгу, и когда она начала завязываться, он перевел несколько важных для меня работ, которые войдут в издание ее английской версии.

Советы, критика, поощрение и любовь Ксаны сопровождали всю работу, как и всю жизнь.