

Предисловие

Настоящая книга представляет собой учебник по аналитической теории чисел, предназначенный для студентов, аспирантов и вообще для интересующихся теорией чисел¹. Книга состоит из четырёх глав, посвящённых четырём основным методам аналитической теории чисел: методу комплексного интегрирования, методу тригонометрических сумм, методу решета и круговому методу. Перечисленные методы чётко выделяются на фоне многообразия приёмов, применяемых в аналитической теории чисел, удачным сочетанием широкой применимости с тщательностью разработки.

Так как изложение методов невозможно в отрыве от задач, для решения которых эти методы применяются, книга также может служить введением в проблематику аналитической теории чисел. Однако следует иметь в виду, что в книге затронут далеко не весь круг теоретико-числовых проблем, поскольку в фокусе изложения находятся именно методы. Так, совершенно не затрагиваются проблема распределения простых чисел в арифметических прогрессиях и проблема Варинга, ибо соответствующие методы проиллюстрированы на других примерах. Для расширения кругозора в области проблематики аналитической теории чисел рекомендуется книга А. А. Карацубы «Основы аналитической теории чисел».

В основу настоящей книги легли специальные курсы, прочитанные автором в Научно-образовательном центре при Математическом институте имени В. А. Стеклова РАН и на Математическом факультете Московского педагогического государственного университета. Таким образом, каждая глава книги вместе с приведёнными в ней задачами может служить готовым материалом для чтения подобных курсов и проведения семинарских занятий по аналитической теории чисел.

Образцом стиля изложения и компоновки материала послужила уже упомянутая прекрасная книга А. А. Карацубы «Основы аналитической теории чисел», которая настоятельно рекомендуется для парал-

¹ Ранее эта книга была опубликована небольшим тиражом в издательстве РХД.

лельного изучения. Содержания обеих книг с неизбежностью имеют значительные пересечения, особенно в части методов комплексного интегрирования и тригонометрических сумм. Однако в книге Карачубы упор делается на конкретные теоретико-числовые проблемы, методы же имеют второстепенное значение, поэтому из изложения практически полностью выпадает метод решета, а круговой метод представлен только в одном из его аспектов. Таким образом, обе книги удачно дополняют друг друга. Иные источники, освещающие изложенные в книге вопросы, представлены в списке литературы.

Основная цель настоящей книги — дать читателю представление о важнейших аналитических методах в теории чисел и через решение задач привить навыки самостоятельного применения этих методов. Излагаемые здесь результаты являются классическими и датируются в основном первой половиной двадцатого века. Однако следует учесть, что современная теория чисел оперирует теми же методами, только в более развитой и технически сложной форме, поэтому свободное владение материалом книги необходимо для успешной работы в области аналитической теории чисел.

Главы в общем независимы, тем не менее книгу рекомендуется читать подряд. Каждая глава разбита на параграфы, посвящённые отдельным темам. Каждый параграф с целью лучшего усвоения материала снабжён задачами для самостоятельного решения. К некоторым задачам тут же даны указания. Для работы с книгой вполне достаточно знания математического и комплексного анализа в объёме университетских курсов и элементарной теории чисел в объёме книги И. М. Виноградова «Основы теории чисел».