Предисловие

Книга примерно соответствует программе курса анализа в Независимом московском университете (НМУ). Она состоит из трёх частей: функции одной переменной, функции многих переменных и дополнительные главы. При обсуждении функций одной переменной большое внимание уделяется топологии вещественных чисел (совершенные множества, теорема Бэра). Часть, посвящённая функциям многих переменных, включает анализ на многообразиях (дифференциальные формы, интегрирование на многообразиях, функции Морса). Дополнительные главы включают специальные функции, квантовый анализ и p-адический анализ.

Важную часть книги составляют задачи. Они во многом совпадают с задачами по анализу в НМУ. Их не очень много, но основные идеи и типы задач они охватывают. Все задачи снабжены решениями, но желательно сначала попробовать их решить самостоятельно. Наиболее трудные задачи помечены звёздочкой.

Из того, что редко включается в книги по анализу, можно отметить следующее: формула Фаа-ди-Бруно (производная высшего порядка сложной функции), инвариантное интегрирование, дробное интегрирование и дифференцирование, расходящиеся ряды, примеры элементарных функций, интегралы от которых не элементарны, многомерное обобщение теоремы Римана об условно сходящихся рядах.

Порядок изложения материала в этой книге вполне традиционный, т. е. строго противоположный историческому. Исторически первыми были разработаны методы интегрирования. Это сделал ещё Архимед. Затем в работах Ньютона и Лейбница (1665–1675) были разработаны методы дифференцирования. Затем появились понятия предела и непрерывной функции. В основном это было сделано Коши (1821) и Вейерштрассом (1861). Наконец, в работах Дедекинда (1872) появилось понятие вещественного числа как дедекиндова сечения, а в работах Кантора (1875) появились понятия множества и отображения.

Предварительный план этой книги я обсуждал с Сергеем Ландо.