

Оглавление

Предисловие	6
Глава I. Простые числа	12
§ 1. Простые числа и неприводимые многочлены	12
§ 2. Распределение простых чисел. Функция π	18
§ 3. Теорема Евклида	21
§ 4. Простые числа в арифметических прогрессиях	23
§ 5. Отрезки с простыми числами и без	25
§ 6. Существует ли формула?	28
§ 7. Числа Ферма и правильные многоугольники	30
§ 8. А всё-таки формула существует!	35
Глава II. Делимость	36
§ 1. Деление с остатком	37
§ 2. Алгоритм Евклида	39
Глава III. Основная теорема арифметики	43
§ 1. Примеры Яглома и Гильберта	43
§ 2. $\mathbb{Z}[\sqrt{-k}]$ и Великая теорема Ферма	45
§ 3. Гауссовы числа	53
§ 4. Десять следствий	55
§ 5. Теорема Лежандра	56
§ 6. Делители числа. Функции τ и σ	60
§ 7. Несократимые дроби и дзета-функция Римана	64
Глава IV. Кольца \mathbb{Z}_m и их свойства	71
§ 1. Сравнения и признаки делимости	72
§ 2. Делители нуля	75
§ 3. Делители единицы	77
§ 4. Решение сравнений	79
§ 5. Китайская теорема об остатках	82

Глава V. Диофантовы уравнения	87
§ 1. Линейные диофантовы уравнения	87
§ 2. Нелинейные уравнения	90
§ 3. Пифагоровы тройки и рациональные кривые	94
§ 4. Эллиптические кривые и эллиптические интегралы	101
Глава VI. Геометрические прогрессии и функция Эйлера	109
§ 1. Периодичность остатков	109
§ 2. Малая теорема Ферма	113
§ 3. Функция Эйлера	116
§ 4. Рост в среднем функции Эйлера	125
Глава VII. Почему многочлен не функция	130
§ 1. Что есть многочлен?	130
§ 2. Многочлены с коэффициентами в поле	133
Глава VIII. Квадратичные вычеты	136
§ 1. Суммы квадратов и теорема о $\sqrt{-1}$	136
§ 2. Квадратичные вычеты и символы Лежандра	140
Глава IX. Аксиомы Пеано и основная теорема арифметики	144
§ 1. Аксиомы Пеано	144
§ 2. Доказательство основной теоремы арифметики	149
§ 3. Евклидовы кольца и основная теорема арифметики	151
Глава X. Что есть число?	156
§ 1. \mathbb{Z}_m как кольцо классов вычетов	156
§ 2. Что есть целое число?	159
§ 3. Что есть рациональное число?	161
§ 4. Что есть вещественное число?	163
§ 5. Бесконечность в математике	163
§ 6. Факторкольца $\mathbb{k}[x]/(f)$	172
§ 7. Что дальше?	180
Литература	181
ДОБАВЛЕНИЯ	183
О геометрии диаграмм Юнга перестановок	
Арнольда (Д. А. Байгушев)	184

§ 1. Введение	184
§ 2. Об асимптотике эргодических перестановок Арнольда	185
§ 3. Высота диаграмм Юнга перестановок Арнольда	187
§ 4. Диаграммы Юнга и их средние параметры	189
О матричных аналогах функции Эйлера (Д. А. Байгушев)	193
§ 1. Введение и обзор результатов	193
§ 2. Значения матричных функций Эйлера	195
§ 3. Рост в среднем матричных функций Эйлера	197
3.1. Первая матричная функция Эйлера	198
3.2. Вторая матричная функция Эйлера	201
§ 4. Обобщения: n -мерные матричные функции Эйлера	203
4.1. Значения	203
4.2. Рост в среднем	204
О функции Эйлера алгебраических расширений колец вычетов (Г. А. Юргин)	208
§ 1. Введение	208
§ 2. Примеры	209
§ 3. Свойства функции Эйлера $\varphi_\alpha(m)$	210
§ 4. Функция Эйлера колец вычетов гауссовых чисел	212
§ 5. Рост в среднем функции Эйлера φ_i	214
§ 6. Продолженная функция Эйлера и её свойства	218