

Дополнительность и симметрия^{*}

КОПЕНГАГЕН. ДОМ НИЛЬСА БОРА. СЕНТЯБРЬ 1926.

Шрёдингер. Если нельзя избавиться от этих проклятых квантовых скачков, то я жалею, что вообще связался с квантовой теорией.

Бор. А вот мы, со своей стороны, очень благодарны вам за то, что вы сделали, поскольку ваша волновая механика с ее математической ясностью и простотой представляет огромный прогресс по отношению к прежним формам квантовой механики.

(Из книги В. Гейзенберга *Часть и целое*)

БРЮССЕЛЬ. СОЛЬВЕЕВСКИЙ ИНСТИТУТ. ОКТЯБРЬ 1927.

Со своей стороны, Эйнштейн насмешливо спрашивал нас, неужели мы действительно верим, что божественные силы прибегают к игре в кости, а я на это отвечал, что уже мыслители древности указывали на необходимость величайшей осторожности в присвоении провидению атрибутов, выраженных в понятиях повседневной жизни.

(Из диалога Н. Бора и А. Эйнштейна)

КОПЕНГАГЕН. ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ. ФЕВРАЛЬ 1931.

На стуле сидит крепко привязанный Ландау с плотно заткнутым ртом. Говорит стоящий перед ним Бор:

— Погодите, погодите, Ландау, дайте мне хоть слово сказать.

(Рисунок Дж. Гамова по воспоминаниям Л. Розенфельда)

Так, или примерно так, в первой половине XX века рождалась, в муках и спорах, квантовая теория. Споры вокруг нее не утихают и по сей день. Нетривиальность ситуации видна даже из терминологии, используемой спорящими сторонами. Так, принятая, зачастую молчаливо, большинством физиков копенгагенская интерпретация квантовой теории, предложенная Бором, Гейзенбергом, Паули и другими, называется, как правило, ортодоксальной интерпретацией. Словечко, имеющее в современной научной среде скорее негативный оттенок. Заметим, что общепринятую интерпретацию, скажем, теории относительности ортодоксальной никто не назовет.

^{*} Вопросы философии. 2001. № 4. С. 84—104. См. также *Паршин А. Н.* Путь. М.: Добросвет, 2002. С. 139—170. В основе этой работы лежит доклад автора в Институте истории естествознания и техники РАН в марте 2000 г. Я глубоко благодарен Вл. П. Визгину, М. И. Зеликину и Ю. В. Чайковскому, прочитавшим первый вариант текста и сделавшим ряд ценных замечаний.

Тем более не повезло тем философским концепциям, которые выросли из квантовой теории. Прежде всего к ним относится концепция дополнительности. Она не стала таким общенаучным понятием, как, например, представление о симметрии, которое уходит своими корнями в глубокую древность и о котором написано так много. Насколько мне известно, связь между двумя этими двумя концепциями никогда явно не высказывалась и не анализировалась. Цель этой работы состоит в том, чтобы установить такую связь и тем самым расширить представление о дополнительности.

Идеи, о которых я хотел бы здесь говорить, возникли у меня довольно давно, но непосредственным толчком для рассказа послужило недавнее изучение лекций отца Павла Флоренского *Анализ пространственности и времени в художественно-образительных произведениях*, которые он читал в начале 20-х годов. На первый взгляд, эти лекции посвящены довольно специальному вопросу об изображении пространства в живописи и вообще в изобразительных искусствах. На самом же деле это весьма обманчивое впечатление, и лекции Флоренского имеют гораздо более широкое значение — не только для искусствознания, но и для психологии и физиологии человека, для понимания отношения человека к окружающему миру и даже, может быть, для физики этого мира.

Сначала я изложу свое представление о дополнительности с акцентом на тех ее характерных чертах, которые в дальнейшем мы будем искать в явлениях окружающего нас мира. Затем мы будем говорить о проблеме симметрии, точнее, о нарушении симметрий, связанных прежде всего с человеком: нарушении симметрии в морфологии, физиологии и психологии человека. Здесь же у нас впервые появятся некоторые соображения о роли дополнительности в этой ситуации. Наконец, две последние части будут посвящены анализу лекций о. Павла Флоренского, где мы попытаемся собрать все вместе, чтобы прийти к довольно определенным выводам.

Дополнительность

Дополнительность возникла при анализе хорошо известного фундаментального факта квантовой механики — соотношения неопределенностей, которое было обнаружено и положено в основу этого раздела физики Вернером Гейзенбергом в 1927 г. Это соотношение относится в своей простейшей форме к ситуации, когда мы имеем материальную частицу массы m и она движется в пространстве, пусть это будет одномерное пространство \mathbb{R} с координатой x ,

со скоростью v . Тогда Гейзенберг доказал, что в квантовой теории, если мы пробуем измерить координату и скорость, мы не можем измерить их одновременно сколько угодно точно. Между ошибками измерения Δx и Δv этих переменных существует взаимно обратное соотношение

$$(\Delta x)(\Delta v) \cong h/m,$$

где h — это постоянная Планка. Постоянная Планка — это то, что характеризует наше вхождение в квантовый мир. Если она равняется нулю, то мы находимся в классическом мире, где все можно измерить сколь угодно точно.

Если же она отлична от нуля, то мы попадаем в мир квантовых явлений. Предметы окружающего нас и близкого нам мира настолько велики (или, скорее, имеют настолько большую массу m), что постоянная Планка может считаться равной нулю. Для электронов или атомов это уже неверно (так, для электрона $h/m \approx 1 \text{ см}^2/\text{с}$). Наличие подобного соотношения связано с тем, что квантовые частицы одновременно проявляют и волновые свойства, при этом длина волны λ связана со скоростью v частицы согласно соотношению де Бройля

$$mv = h/\lambda,$$

в которое также входит постоянная Планка.

Корпускулярно-волновой дуализм, восходящий к работам Эйнштейна о квантах света, и соотношение неопределенностей, которое Гейзенберг вывел в своей работе, опираясь на классическую оптику (теорию микроскопа, за незнание которой его лет за семь до этого выгнали с экзамена по физике в Мюнхенском университете), и были теми удивительными фактами, которые потрясли воображение физиков и показали, что открывшаяся им квантовая реальность абсолютно непохожа на известный до того классический мир.

Интерпретация Бором этой ситуации состояла в том, что у нас есть разные приборы для измерения соответственно координаты и скорости. Более того, это не просто разные приборы, а, измеряя либо одну переменную, либо другую, мы находимся в разных экспериментальных ситуациях, которые *невозможно* соединить вместе. Эти ситуации являются *дополнительными*: либо мы смотрим в микроскоп и как можно более точно локализуем, где находится частица, либо мы, скажем, ставим дифракционную решетку и пытаемся измерить ту самую длину волны λ , чтобы найти скорость.

Этим выводам Бора предшествовала жизнь в науке, в течение которой он, начиная с самых ранних своих работ по теории атома, вдохновлялся многими образами — и философскими, и психологическими, и из окружающего нас мира. Эти образы подсказывали ему, как должен вести себя квантовый мир. Поэтому Бор всегда считал, что те явления, которые физики обнаружили по отношению к элементарным частицам, по отношению к атому, должны в какой-то форме проявляться и в окружающей нас действительности, в той ситуации, когда мы можем что-то потрогать и увидеть. Они не являются чем-то эзотерическим.

В многочисленных работах Бора на эту тему приводятся зачастую довольно расплывчатые описания таких ситуаций, когда, по его мнению, должна проявляться дополнительность. В частности, хорошо известен интерес Бора к биологии и психологии. Например, он считал, что для изучения живого организма возможны два подхода, или две дополнительные «экспериментальные» ситуации. Один — это подход, когда мы можем общаться с организмом, наблюдать его, можем попытаться понять его мотивы, намерения, желания и т. д. А можем поставить его в «башню молчания», привязать, обездвигить, выделить рефлекторную дугу и т. д. Затем вторгнуться внутрь этого организма, вторгнуться с теми представлениями о его устройстве, которые есть в (классической) физике, и описать его как физико-химическую систему.

По мнению Бора, эти два подхода дополнительны в том смысле, что они взаимоисключают друг друга и, двигаясь до логического конца в каждом из этих направлений, мы полностью исключаем другой подход. В частности, вторжение в организм с целью получения его физико-химического описания, если мы хотим его сделать полным и окончательным, приводит к его смерти, он выпадает из живого мира. С другой стороны, исторически здесь нет ничего удивительного. Современная биология, точнее физиология, возникла, когда появилась анатомия¹.

Эти взгляды Бора вызвали определенный резонанс, но, как ни странно, не у биологов, не у психологов, не у философов (может быть, за какими-то редкими исключениями), а у физиков. Целый

¹Интерес Бора к биологии мог возникнуть еще в детстве, под влиянием дискуссий в окружении его отца, известного физиолога Кристиана Бора. Последний участвовал в спорах «механицистов» и «виталистов», не склоняясь, впрочем, ни на какую сторону (см. *Whitaker A. Einstein, Bohr and the Quantum dilemma*. Cambridge, 1995; *Холтон Дж.* Тематический анализ науки. М.: Прогресс, 1981. С. 188—190).

ряд физиков были поражены этим и пытались развить мысли Бора дальше [1]. Я приведу лишь замечательные слова из книги Германа Вейля, скорее математика, чем физика, в которой он анализирует концепцию дополнительности и уточняет те мысли Бора, о которых я говорил. Вейль пишет [2]:

Ученые были бы неправы, игнорируя тот факт, что теоретические построения не являются единственным подходом к рассмотрению жизни; нам открыт и другой путь — понимание изнутри (интерпретация). <...> Я сам из моих ощущений, мысли, воли, чувств и поступков обладаю непосредственным знанием, совершенно отличным от теоретического знания, которое представляет в символах «параллельные» мозговые процессы. Это внутреннее осознание самого себя является основой моего понимания окружающих меня людей, которых я принимаю за существа моего вида и с которыми я иногда сообщаюсь настолько интимно, что могу делить с ними радость и горе. Если я даже не настолько проникаю в их сознание, чтобы ощущать его как свое собственное, тем не менее мое «интерпретационное» понимание его обладает неоспоримой адекватностью. Его яркий свет направлен не только на людей, окружающих меня; он проникает, хотя все более тускло и неразлично, глубоко и в мир животных. <...>

Бесплодно отмахиваться от этого подхода к природе «изнутри» как антропоморфического и превозносить объективность теоретических построений. Оба пути ведут, как это бывает, в противоположные стороны: то, что является наиболее темным для теории — человек, — для понимания изнутри является наиболее ясным (luminous), а к элементарным неорганическим процессам, которые наиболее просты для теории, интерпретация не находит никакого подхода.

Далее Вейль добавляет, что было бы соблазнительно распространить понятие дополнительности на эти два подхода. Конечно, при общении с человеком нам и в голову не приходит, что он как-то устроен. Если же мы возьмем предмет неживой природы, например камень, то здесь понимание «изнутри», т. е. общение, не дает нам почти что ничего, в то время как физико-химический анализ дает достаточно много. Впрочем, кому это нам? Искусство тоже кое-что дает для понимания камней «изнутри», вспомним хотя бы пейзажную живопись.

Попытки распространить дополнительность за пределы физики² существуют уже очень долго и, надо признать, ни к чему существен-

²Много размышлял на эти темы, и вообще о аналогиях квантовой теории в биологии (особенно эмбриологии), этнографии, фольклоре, покойный А. И. Лапин. К сожа-

ному не привели. Если говорится, что в каком-то явлении имеет место дополнительность, то дальше этого дело не идет. Эти слова не приводят к более глубокому пониманию этого явления и не приводят к развитию самого понятия дополнительности. По мнению ряда физиков, подобные рассуждения являются либо тривиальными, либо бессодержательными.

Чтобы попытаться разрешить эту проблему и показать, что дополнительность может работать в обе стороны — для понимания какого-то явления и себя самой, я хотел бы уточнить те физические ситуации, когда возникает эта концепция.

Вернемся к измерению координаты и скорости частицы. Что же удивительного в их дополнительности, которая возникает в квантовой теории? Чтобы понять это, обратимся к тому, как мы воспринимаем мир в обычной классической механике. Любое материальное тело задается двумя наборами параметров: координатами и скоростями. Наличие этих двух типов параметров необходимо потому, что уравнения, которые описывают все, что может происходить в механике, являются дифференциальными уравнениями второго порядка (уравнения Лагранжа) и координат недостаточно, нужны еще их первые производные — скорости (или импульсы). Как только мы знаем начальное состояние, мы можем, согласно уравнениям Лагранжа, рассчитать дальнейшую траекторию системы. Когда мы обращаемся к квантовой теории, то, поскольку мы не можем одновременно измерить координаты и скорость, понятие траектории теряет смысл. Частицы движутся как бы скачками, если мы пытаемся применить к ним классические понятия.

Важнейшим инструментом квантовой теории, который заменяет понятие траектории, является понятие вероятностного распределения, или волновой функции. С каждой частицей (рассмотрим опять свободную частицу на прямой \mathbb{R}) мы связываем волновую функцию $\psi(x)$, $x \in \mathbb{R}$, которая, впрочем, не совсем является вероятностью. Это важный технический момент в квантовой теории: функция $\psi(x)$ является комплексной, и только квадрат ее модуля является вероятностью обнаружить частицу в точке x нашей прямой. Более точно, вероятность обнаружить частицу в интервале $(x, x + dx)$ равна $|\psi(x)|^2 dx$.

лению, эти его работы остались неопубликованными. Мой интерес к философским вопросам квантовой теории возник под влиянием многолетнего общения с Андреем Ивановичем.

Первый фундаментальный факт квантовой теории состоит в том, что это есть все, что мы можем знать про частицу. Волновая функция — это и есть полное описание ее состояния. Если в данный момент времени t волновая функция известна, то в дальнейшие моменты она определяется уравнением Шрёдингера (оно первого порядка по времени и заменяет в квантовой теории уравнения Лагранжа). Итак, в классической теории есть два числа x и v и пространство возможных состояний двумерно, а в квантовой теории имеем вместо этого всевозможные функции координаты x и пространство состояний бесконечномерно.

Здесь возникает естественный вопрос. Ведь мы можем измерять и скорость. И поскольку мы не можем знать и координату, и скорость одновременно, почему бы нам не ввести распределение вероятностей и для скоростей? Конечно, мы можем его ввести и измерять в соответствующей экспериментальной ситуации. Обычно вместо скорости рассматривают импульс $p = mv$. Обозначим распределение для импульсов через $\varphi(p)$.

Второй принципиальный факт, который будет стержнем нашего анализа, состоит в том, что в квантовой теории это второе распределение $\varphi(p)$ не является независимым, оно полностью определяется функцией $\psi(x)$, а именно

$$\varphi(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{\mathbb{R}} \psi(x) \exp\left(\frac{ipx}{\hbar}\right) dx,$$

т. е. эти функции связаны между собой *преобразованием Фурье*. Преобразование Фурье — это стандартное и фундаментальное понятие в математике. Оно выходит далеко за пределы анализа и является, по существу, общематематическим, связанным с понятием двойственности.

В нашем простейшем примере координаты x лежат на вещественной прямой $X \cong \mathbb{R}$. Что же такое прямая X' , на которой лежат скорости частицы? Важно, что и X , и X' являются группами (в алгебраическом смысле). И эти две группы двойственны друг другу в смысле теории коммутативных групп (они суть группы характеров друг друга). Преобразование Фурье — это общая конструкция, которую можно построить, если у нас имеются две произвольные коммутативные группы X и X' , двойственные друг другу. Каждой функции на X отвечает функция на X' , ее преобразование Фурье, и наоборот. В диаграмме проекций

$$X \leftarrow X \times X' \rightarrow X'$$

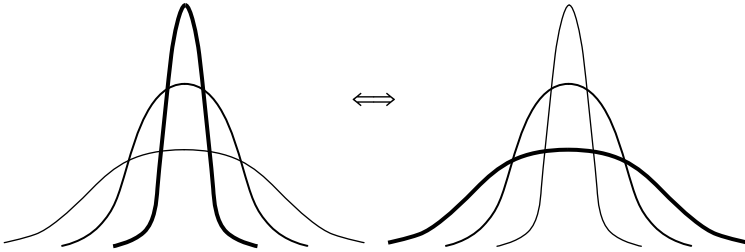
функции на X можно поднять на $X \times X'$, умножить на $\exp(i\langle \cdot, \cdot \rangle)$ и затем отправить, интегрируя по слоям правой проекции, на X' . Это понятие можно еще более расширить, на некоммутативные группы и даже на негрупповые многообразия. Также его можно применять не только к функциям, но и к дифференциальным формам, когомологиям, расслоениям и т. п. Это общекатегорная конструкция, которая пронизывает очень многие области математики.

Важно, что у нас имеется обратное преобразование Фурье

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{\mathbb{R}} \varphi(p) \exp\left(-\frac{ipx}{\hbar}\right) dp$$

и, произведя его, мы получим исходную функцию $\psi(x)$. Это означает, что преобразование Фурье является инволюцией и его можно рассматривать как симметрию второго порядка.

Именно из наличия преобразования Фурье с помощью простых математических соображений немедленно получается соотношение неопределенностей Гейзенберга. Дело в том, что преобразование Фурье функции, сконцентрированной в окрестности какой-то точки, будет расплываться тем больше, чем более «сжата» исходная функция. Это же верно и для обратного преобразования. Для $|\psi(x)|$ и $|\varphi(p)|$ мы имеем такую картинку:



В пределе, при точно известной скорости, $v = v_0$, получаем, что $\varphi(p) = \delta(p - p_0)$ — функция, «сосредоточенная» в одной точке $p_0 = mv_0$. Тогда волновая функция имеет вид бесконечной волны, $|\psi(x)| = 1$ и частица находится с равной вероятностью в *любой* точке прямой.

Мы видим, что в основе понятия дополнительности лежит очень общая и прозрачная математическая конструкция, в которой уже встречаются некоторые соображения симметрии. У нас есть переход из одной картины в другую, и можно сказать, что дополнитель-

ные картины мира являются симметричными³. В данный момент это наблюдение не выглядит особенно глубоким⁴. Мы просто зафиксируем его и пойдем дальше.

Как я уже говорил, понятие дополнительности возникло в конкретной экспериментальной ситуации. Его можно распространить и на частицы в трехмерном пространстве, на наборы частиц, системы с взаимодействием и т. д. Однако теперь я рассмотрю совсем другой пример.

В квантовой теории, в отличие от классической физики, есть такие переменные, характеризующие состояние физических объектов, которые очень непохожи на координаты и скорость. Они являются дискретными, а не непрерывными. В частности, такими являются проекции спина, собственного момента количества движения частицы, на оси координат. В квантовой теории доказывается, что они могут принимать лишь дискретные значения, целочисленные кратные постоянной Планка \hbar . Есть и другие «квантовые числа».

Для них тоже выполняется соотношение неопределенности, имеет место картина дополнительности. Чтобы почувствовать дополнительность в этой ситуации, приведем такой квазифизический пример.

Представьте себе лабораторию, в которую привезли грудку экспериментального материала для исследований. При первом осмотре обнаружилось, что это просто камешки, имеющие разный цвет

³Конечно, дополнительность имеет место и в более общей ситуации канонически сопряженных переменных, когда соотношение неопределенностей получается из перестановочных соотношений для некоммутирующих операторов. О принципиально несимметричной дополнительности см. книгу *Вигнер Е. Этюды о симметрии*. М.: Мир, 1971. С. 142—143.

⁴На самом деле рассмотренная нами симметрия второго порядка представляет собой хотя и простой, но нетривиальный пример симметрии. Так, соединяя вместе несколько симметрий второго порядка, можно получить весьма сложные группы (дискретных) симметрий, как конечные, так и бесконечные. Многие кристаллографические группы симметрий евклидова пространства порождены элементами второго порядка — зеркальными отражениями. (См. *Бурбаки Н. Группы и алгебры Ли*. М.: Мир, 1972. Главы IV—VI.) Наконец, в каждой группе Ли G непрерывных симметрий имеется конечная подгруппа — группа Вейля. Последняя всегда порождена элементами второго порядка — отражениями в пространстве корней алгебры Ли группы G (*Вейль Г. Избранные труды*. М.: Наука, 1984. С. 100—197). В частности, преобразование Фурье в квантовой механике на прямой тесно связано с симплектическим преобразованием $x \mapsto p$, $p \mapsto -x$ двумерного фазового пространства $\mathbb{R} \oplus \mathbb{R}$. Это преобразование является образующей группы Вейля группы $SL_2(\mathbb{R})$ (см. *Ленг С. $SL_2(\mathbb{R})$* . М.: Мир, 1977; *Лион Ж., Вернь М. Представление Вейля, индекс Маслова и тега-ряды*. М.: Мир, 1983).

(красный, белый) и разную форму (шарики, кубики). В одну коробку были отсортированы камешки красного цвета, в другую — белого, дальше была произведена классификация по форме. В итоге была получена четыре коробки. Каково же было удивление экспериментаторов, когда камешек, взятый наудачу из коробки с надписью «красные шарики», оказался белого цвета. Обнаружилось, что таких камешков очень много и отнести этот факт к небрежности тех, кто занимался этой работой, нельзя. После многочисленных опытов было обнаружено поразительное явление: камешек, когда на него смотрят, меняет после этого форму, а после того, как его ощупывают, меняет цвет. Возник вопрос: есть ли какие-то механизмы, которые ответственны за эти превращения? Работа кипела день и ночь, однако не продвинулась ни на шаг. Никаких механизмов обнаружено не было. Кому-то из присутствовавших физиков пришла в голову безумная мысль, что их может и не быть. На него посмотрели косо.

Вот вкратце та ситуация, которая возникла с дополнительностью в квантовой теории. Чтобы приблизить ее к физике, давайте представим себе, что камешки были привезены в наглухо закрытых коробках, недоступных для исследования. Была, однако, построена система трубок, по которым их можно перегонять, один за другим, из одних коробок в другие. При этом на трубках размещены «приборы», которые позволяют сделать некоторые выводы о состоянии этих «камешков». Приборы имеются двух сортов. На некоторых трубках есть маленькое стеклянное окошко. Когда камень проскакивает, мы видим его цвет, но не можем видеть, какой он формы. В другом месте в железной трубке сделан разрыв и вставлен кусок из мягкого материала. Когда камешек проходит это место, его можно пощупать и определить форму, не видя, какого он цвета.

Теперь представьте, что все, что было сказано выше, повторилось. Вот тут уже никакой мистики не должно быть. Тут уже ясно, что есть какой-то механизм изменений. Но поскольку мы не имеем возможности открыть трубки и заглянуть по ту сторону явления, можно только строить догадки о том, как этот механизм работает. Строя эти догадки, можно вычислять, к каким экспериментальным следствиям они приводят.

Что же мы знаем первоначально, не имея никаких механизмов? Когда измеряется цвет, имеется вероятность, скажем, $1/2$ для красного цвета и вероятность $1/2$ для белого. Когда мы измеряем форму, опять с вероятностью $1/2$ получаем частицы-шарики или

частицы-кубики. Когда мы делаем последовательные измерения разных свойств, каждое следующее измерение полностью уничтожает распределение, полученное перед этим. Если у нас были только красные камешки, то после измерения их формы мы снова их разложим с вероятностью $1/2$ на две части, красные и белые. Итак, результат носит чисто вероятностный характер, и ничего больше мы сказать не можем.

Конечно, деятельность физиков этой лаборатории и состояла в том, чтобы найти какие-то механизмы этих превращений. Ясно, что эти механизмы должны давать какие-то новые экспериментальные следствия, отличные от тех вероятностных распределений, которые я только что описал. Если механизм не имеет никаких других следствий, то его придумывание бессмысленно, что он есть, что его нет! Но все механизмы, придуманные в этой лаборатории, дали такие изменения вероятностных распределений, которые противоречили эксперименту. Ни один из них не подошел в качестве разгадки этого удивительного явления.

Теперь уже можно сказать, что такие механизмы в квантовой теории носят название *скрытых параметров*. Они вводились в квантовой теории с самого ее возникновения. Те ограничения, которые возникают, когда мы ими пользуемся, называются неравенствами Белла и были сформулированы как некая добавочная информация о квантовом мире. В большом количестве экспериментов было показано, что все виды неравенств Белла нарушаются.

Таким образом, мы можем сделать фундаментальный вывод из той ситуации, которая встречается в концепции дополнительности. Основной принцип квантовой теории состоит в том, что за этим явлением не стоит ничего другого, он ни к чему не сводим, он *первичен*. Это принцип, объяснять который дальше в тех терминах, к которым мы привыкли за триста лет развития естествознания, не имеет никакого смысла. Последнее заключение является метанаучным, оно не есть прямой вывод из каких-то экспериментов, а скорее является выводом из многочисленных неудачных экспериментов⁵. Оно принадлежит к так называемой копенгагенской интерпретации квантовой теории, которая оспаривалась многими физиками

⁵Новейшее развитие этого направления в квантовой теории привело, довольно неожиданно, к вполне «позитивным» результатам и надеждам весьма практического свойства (таким как квантовая криптография и телепортация, см. Zeilinger A. Quantum Teleportation // Scientific American. 2000. April. P. 32—41; https://www.researchgate.net/publication/299258591_Quantum_teleportation).

и философами, от Эйнштейна и до Поппера и Пригожина⁶. Окончательное понимание ситуации еще, по-видимому, далеко. Именно аналогии с другими областями науки, в духе Бора, могли бы тут что-то прояснить.

Мы видим, что понятие вероятности входит в квантовую теорию совсем не так, как в классической теории вероятностей. Оно происходит не от нашего незнания, и волновая функция, являясь полным описанием реальности, дает эту реальность не в актуальном виде, а в виде *возможности* (говорить о цвете или форме камешка до соответствующего измерения не имеет смысла, их конкретные значения лишь возможны). Только акт наблюдения позволяет этой возможности реализоваться. Как писал Гейзенберг, это является возрождением представления о потенции, развитого Аристотелем в его *Метафизике*⁷.

Зафиксируем еще для дальнейшего, что за явлением дополнительности в физике стоит также ясный математический механизм — преобразование Фурье. Отметим кстати, что преобразование Фурье существует также и для дискретных переменных и можно с его помощью описать и второй приведенный нами пример дополнительности⁸.

И тем самым неверно представлять дополнительные стороны действительности как перпендикулярные, как не имеющие отношения друг к другу. На самом деле наличие преобразования Фурье показывает, что между обеими дополнительными картинами мира существует точная и нетривиальная связь.

Симметрия и асимметрия человека

Мы начнем с симметрии, которая наблюдается у животных различных классов на **морфологическом** уровне. Существует плос-

⁶Некоторое представление об эмоциональном накале происходящей тут борьбы, или скорее атаки, можно получить из книги Wick D. *The Infamous Boundary*. N.-Y., 1995.

⁷См. Гейзенберг В., *loc. cit.*, с. 32, 153, и книгу Гейзенберг В. Шаги за горизонт. М.: Прогресс, 1987. С. 222—223. В работе *О возникновении и уничтожении* (II, 7, 334b20-25) Аристотель пишет: «Теплое в действительности есть холодное в возможности, а холодное в действительности — теплое в возможности». Заменяя теплое/холодное, например, на белое/красное, получаем в точности описанную нами выше ситуацию.

⁸Нужно взять в качестве X циклическую группу второго порядка. Тогда $X' \approx X$, пространство состояний будет двумерным, а преобразование Фурье будет матрицей второго порядка. Наблюдаемым величинам «форма» и «цвет» отвечают базисы из собственных векторов, развернутые относительно друг друга. Последнее свойство и влечет дополнительность «формы» и «цвета».

кость (сагиттальная плоскость), которая делит тело на две части, и можно сказать, что в первом приближении эти части одинаковы. Эта билатеральная симметрия выражается, в частности, в наличии у человека парных сенсорных органов, в парности конечностей и в наличии парной структуры головного мозга — левого и правого полушарий.

Как известно, человек с помощью сенсорных органов воспринимает окружающий мир, при этом происходит передача восприятия одной стороны пространства в определенное полушарие и наоборот. Здесь мы встречаемся с первым нетривиальным фактом билатеральной симметрии: при зрительном восприятии происходит перекрест зрительных импульсов. Зрительное восприятие левой стороны пространства попадает в правое полушарие, а правой стороны — в левое. Поле зрения каждого глаза делится на две части, и соответственно левая часть «идет» в правое полушарие, а правая — в левое.

Однако уже на морфологическом уровне мы наблюдаем первые грубые нарушения билатеральной симметрии: смещение непарных органов относительно плоскости симметрии. Именно, сердце у человека смещено влево, а печень — вправо. Кроме того, имеются более мелкие отклонения, например в массе конечностей.

Итак, в первом приближении можно сказать, что человек является симметричным. Более внимательное изучение показывает, что эта симметрия нарушена. Интересно, что это обстоятельство носит также и хронологический характер. На ранних стадиях развития эмбриона имеется даже не билатеральная, а сферическая симметрия, затем появляется сагиттальная плоскость, и на стадии бластулы зародыш становится симметричным относительно этой плоскости. Позднее появляется нарушение и билатеральной симметрии. Таким образом, в индивидуальном развитии человека имеются определенные моменты, когда довольно резко происходит уменьшение имевшейся перед этим симметрии организма⁹.

⁹Это развитие похоже на фазовые переходы при остывании физического тела. В эмбриологии даже имеется понятие «температуры», действительно уменьшающейся в онтогенезе. Аналогичная картина наблюдается во временной эволюции Вселенной согласно современным теориям Большого взрыва. По мере остывания Вселенной происходит уменьшение группы симметрии и выделение различных типов взаимодействий. Такая аналогия могла бы быть современным вариантом известного всем народам соответствия макрокосмоса и микрокосмоса. Интересную параллель современной инфляционной космологической модели в эмбриогенезе см. в книге: Павленко А. Н. Бытие у своего порога. М.: ИФ РАН, 1997. С. 137—138.

Если говорить о функциях, т. е. о физиологии человека, то здесь будет еще больше нарушений симметрии. Появляется то, что называется **функциональной** асимметрией человека. Самая известная асимметрия связана с разным уровнем активности конечностей. Прежде чем описывать функциональную асимметрию человека, нужно сделать очень важное замечание. С точки зрения асимметрии все люди делятся на две группы.

Прежде всего, выделяется очень большая, доминирующая (порядка 70 %) группа *правшей*. Это люди, у которых более развитая, более ловкая правая рука. Исследования показали, что многочисленные другие асимметрии человеческого организма сильно коррелируют со стороной, левой или правой. Существует как бы таблица асимметрий, в которой определенные свойства можно записать слева, другие — справа. Это верно в отношении тех людей, которых мы условно называем правшами, и совершенно неверно по отношению к остальной части человечества. Те люди, которых часто называют левшами, леворукими, амбидекстры (двусторонне симметричные), демонстрируют гораздо большее количество типов асимметрии. У них нет жесткой привязки определенных функциональных предпочтений той или другой стороны тела. Таким образом, можно сделать вывод о том, что есть некоторый доминирующий тип, где асимметрии жестко связаны друг с другом. И есть большое количество типов, где встречаются самые разнообразные варианты. В дальнейшем я буду говорить в основном об этом доминирующем типе, о правшах, к которым относится большинство людей.

Какие же существуют функциональные асимметрии человека? Существует понятие *моторной*, или *двигательной*, асимметрии, и соответственно все, что относится к правой руке, можно отнести и ко всем видам двигательной активности. Двигательные органы человека, относящиеся к правой стороне, развиты обычно лучше, чем относящиеся к левой.

Второй важный вид функциональной асимметрии — *сенсорная* асимметрия. Если рассматривать парные органы чувств — глаза, уши, ноздри, различные стороны кожного покрова, то, как правило, правая сторона воспринимает мир более обостренно, чем левая.

Третья, наиболее тонкая часть функциональной асимметрии, свойственная лишь человеку, — это *речевая* асимметрия. Речевая асимметрия связана с тем хорошо известным фактом, что центр речи находится в левом полушарии. При поражениях его, при

травме, человек теряет речь полностью или нарушается стройность его речевого поведения.

Какие же особенности, связанные с речью, проявляются как асимметрии полушарий мозга?

В речи как будто главную роль играет левое полушарие (напомним, что речь все время идет о правшах), и тем не менее правое полушарие имеет для речи также очень большое значение. Проводились эксперименты, целью которых было понять, какие свойства речи «характерны» для левого и для правого полушарий. Само подобное представление о распределении функций появилось довольно поздно, во второй половине XIX века, в исследованиях невропатологами больных с различными поражениями полушарий мозга. Однако впоследствии были созданы и экспериментальные методики для получения таких данных [3].

Каковы же результаты? Они выглядят весьма интригующе. Если мы посмотрим, как нарушается речь человека при тех или иных повреждениях или при той или иной инактивации *левого* полушария, то (подчеркну, что это огромная область исследований, поэтому то, о чем идет речь, излагается далее обобщенно и кратко) происходит нарушение понимания смысла слов, потеря словарного запаса, нарушение грамматической структуры высказывания, резко ухудшается восприятие звуков, связанных с артикуляционной структурой речи, резко снижается разборчивость в восприятии отдельных фонем, слогов, изолированных слов.

При отключении *правого* полушария все те явления, о которых я только что говорил, не имеют места и проявляется совсем другое: нарушения просодических характеристик речи, интонации, узнавания голоса конкретного человека, различения мужского голоса от женского, крайне плохо воспринимаются невербальные стимулы (предметные шумы, мелодии). При нарушениях в левом полушарии эти явления не имеют места. Любопытно, что, хотя восприятие фонем, т. е. основ фонологической структуры речи, «относится» к левому полушарию, имеются данные, хотя и противоречивые, что левое полушарие лучше воспринимает согласные, а правое — гласные.

Важно отметить одно принципиальное обстоятельство, связанное с функциональной асимметрией. Когда говорят, что то или иное свойство присуще тому или иному полушарию, это совсем не означает, что это свойство «присуще» ему *абсолютно*. Исключением является речевой центр, который находится в левом полушарии. При отключении левого полушария речь исчезает полностью.

Все остальные свойства, которые можно как-то измерить, например разборчивость слогов, могут варьироваться, и преимущество того или другого полушария носит не абсолютный, а *относительный* характер. Результаты таких измерений, естественно, представляются в виде *вероятностных* распределений.

Еще было обнаружено явление, которое можно обозначить как противоположность между последовательными и параллельными действиями. В частности, в языке восприятие грамматической структуры, языковых парадигм проходит во времени последовательно и гораздо лучше воспринимается левым полушарием. Что касается схватывания смысла фразы, мелодии, интонации, т. е. целостного образа, развертывающегося во времени, но воспринимаемого сразу, мгновенно, то это более характерно для правого полушария.

Подобного рода явления обнаруживаются и для других сенсорных модальностей, в частности в зрительном восприятии. При восприятии какой-то картины внешнего мира существуют тоже две возможности: сразу схватить всю картину, не вычлняя отдельные предметы, или «ощупывать» предметы глазами, переходя от одного к другому. Такие способности схватывания и расчленения соотносятся с разделением функций между правым и левым полушариями. Эти различия часто формулируют, говоря, что правое полушарие склонно к целостному синтетическому восприятию окружающего мира, в то время как для левого полушария характерен более логический, аналитический способ видения мира.

Приняв подобный вывод, попробуем теперь применить в этой ситуации понятие дополнительности. Рабочая гипотеза состоит в том, что свойства, характерные для левой и для правой стороны человека, являются дополнительными друг другу.

Как уже было сказано, левая часть нашего организма склонна действовать во времени последовательно, а правая часть предпочитает воспринимать все одновременно или параллельно. Чтобы понять это явление, обратимся к материалу, собранному в совсем других областях знания — в фольклористике, этнографии, истории религии. В мифологиях разных народов мира есть представление о двух видах речи: о речи человеческой и речи божественной. Важно, что, хотя эти два вида речи резко отличаются друг от друга, человек понимает обращенное к нему слово богов.

Несколько замечаний по этому поводу сделал в своей *Исповеди* Августин, в том ее месте, где он дал свой анализ понятия времени.

Говоря о различии между языком человека и языком Бога, Августин указывает, что слова человеческие начинаются и кончаются во времени, они следуют одно за другим. Слова Божественные не имеют ни начала, ни конца. Они звучат вечно, и они звучат все одновременно [4].

Чтобы проанализировать эту ситуацию, заменим слово «вечно», как не имеющее пока естественно-научного эквивалента, на «бесконечно долго» и применим к этой картинке математическую конструкцию, использованную выше для анализа дополнительности в физике, т. е. преобразование Фурье. Его более простой вариант называется разложением в ряд Фурье. Каждую (периодическую) функцию $f(t)$ можно представить в виде

$$f(t) = \sum_n a_n \cos(2\pi n t) + b_n \sin(2\pi n t),$$

т. е. в виде суперпозиции гармонических колебаний — простейших волн.

Теперь представим себе слова человеческой речи как (периодические) функции времени. Их можно разложить на гармоники. Каждую такую гармонику можно представить в виде бесконечно долго звучащей волнообразной кривой. Тем самым они обладают свойствами слов Божественной речи. Мы видим, что стандартный математический образ хорошо совпадает с этими чисто качественными рассуждениями¹⁰.

Итак, «последовательность» человеческой речи и «параллельность» речи Божественной находят свое выражение в математической конструкции преобразования Фурье, и я думаю, что это первый серьезный аргумент в пользу дополнительности в этой ситуации. Есть и другие аргументы такого рода в поддержку этой точки зрения. В немецкой мистической традиции имеется небольшое сочинение *Theologia Deutsch*¹¹ XV века, одна из глав которого говорит

¹⁰На самом деле обычная речь не является, конечно, периодической и нужно использовать не разложение в ряд Фурье, а именно преобразование Фурье с непрерывным спектром гармоник. Заметим еще, что «содержание» Божественных слов находится в коэффициентах a_n , b_n , а не в «скупнейших» синусоидах. Кроме того, мы вовсе не пытаемся дать математическую интерпретацию Божественной речи, что было бы нелепо. Скорее, богословские понятия могут тут что-то прояснить и помочь, скажем, лингвистике, все еще немощной в вопросе о природе языка.

¹¹См. *Der Franckforter* (Theologia Deutsch). Einsiedeln, 1980. S. 48. (Мы использовали перевод архиеп. Луки (Войно-Ясенецкого) из его книги *Дух, душа и тело* (Брюссель, 1988, с. 148—149).)

о духовном зрении. Имеет смысл сопоставить эти представления о речи и зрении как путях общения с Богом:

У созданной души человека два глаза: один может созерцать вечное, другой только временное и сотворенное. Но эти два глаза нашей души могут делать свое дело не оба разом, а только так, что, когда наша душа вперяет свой правый глаз в вечность, левый ее глаз должен отказаться вполне от своей деятельности и пребывать в бездействии, как бы умирать. Когда же действует левый глаз души, т. е. когда ей приходится иметь дело с временным и сотворенным, тогда от деятельности своей, т. е. от созерцания, должен отказаться правый глаз. Поэтому тот, кто хочет смотреть одним глазом, должен освободиться от другого, ибо никто не может служить двум господам.

Отношения левого и правого, временного и вечного выражены тут весьма ясно.

Но вернемся к асимметрии полушарий. Между полушариями в процессе их *совместной* работы имеются так называемые реципрокные взаимодействия. Одно из них старается подавить другое. Оказывается, характерные для того или иного полушария свойства проявляются наиболее сильно, если противоположное полушарие инактивировано. Разборчивость фонем человеческой речи при слуховом восприятии левого полушария существенно выше, если при этом правое полушарие «не работает». Это взаимодействие частей тела очень напоминает то, что мы имеем в концепции дополнительности, когда речь идет об измерении координаты и скорости. Чем точнее мы измеряем координату, тем больше разброс возможностей при измерении скорости. И наоборот.

Теперь перейдем к более сложным формам асимметрии человека, которые проявляются в **психической** жизни. Здесь я буду пользоваться результатами многолетних исследований невропатологов и психиатров Т. А. Доброхотовой и Н. Н. Брагиной. Эти исследования были изложены в целом ряде их монографий и в статьях, опубликованных в журнале *Вопросы философии* [5]. К сожалению, они не привлекли к себе должного внимания. В течение многих лет исследователи наблюдали больных с различными поражениями мозга, и их сводка психических нарушений содержит следующие интерес-

В письме В. Паули В. Гейзенбергу от 19 октября 1926 г. встречается такая иллюстрация соотношения неопределенностей между импульсом p и координатой q : Man kann die Welt mit dem p -Auge und man kann sie mit dem q -Auge ansehen, aber wenn man beide Augen zugleich aufmachen will, dann man irre (Pauli W. Wissenschaftlicher Briefwechsel. Bd. I. Berlin, 1979. S. 347). Я обязан этим замечанием Вл. П. Визгину.

ные наблюдения. Мы выделим только два феномена, относящиеся к право- и левосторонним поражениям мозга правой рукой.

У людей с *правосторонними* нарушениями встречается так называемое онейроидное состояние, возникает «вспышка пережитого». Это же происходит при раздражениях коры головного мозга справа. Человек, который находится в подобном припадке, в момент самого приступа неподвижен, лицо его ничего не выражает. Он как бы полностью отключен от реального мира и погружен в свои собственные переживания и ощущения. Когда приступ проходит, больной может рассказать о нем, т. е. дать субъективную характеристику того, что с ним происходило. По его словам, он попадает в какой-то период своей прошлой жизни и заново переживает то, что тогда с ним происходило. Например, описан случай, когда взрослый мужчина смог снова почувствовать себя семилетним мальчиком, едущим в машине вместе со своим отцом, шофером, переживая все так, как будто это было на самом деле.

С другой стороны, при *левосторонних* поражениях наблюдается «сумеречное состояние», характерным примером которого является психический автоматизм («лунатизм»), связанный с двигательной активностью человека. Во время такого приступа человек может совершать чрезвычайно сложные движения, выйти из дома, пользоваться транспортом, добраться, совершая множество непростых операций, к себе на работу. Когда приступ заканчивается, больной ничего не помнит. Поэтому единственной характеристикой происшедшего является чисто объективная характеристика, данная наблюдателем со стороны.

Мы видим, что в этих двух явлениях имеется очевидная противоположность. Если в первом случае результатом этого описания является жизнь, прожитая чувственно, сенсорно, то во втором случае сенсорная часть полностью отсутствует, а имеются только моторные действия. Важно еще и то, что во время онейроидного приступа больной как бы отсутствует и не общается с окружающим пространством, во время же «сумеречного состояния» он находится в реальном времени и в реальном пространстве и взаимодействует с ним. В первом случае у него есть память о том, что с ним происходило, во втором случае память отсутствует.

Итак, мы имеем два способа взаимоотношения с реальностью, сенсорный и двигательный, и оба они представлены как в левом, так и в правом полушариях. Левое полушарие получает сенсорные данные от правой половины тела, а правое — от левой. Это же вер-

но и для двигательной активности. Тем не менее мы можем сказать, что правое полушарие более склонно к сенсорным действиям, а левое — к моторным. Попытаемся представить это как дополнтельность этих двух сфер деятельности человека. Сначала это выглядит довольно произвольным допущением¹². Однако в пользу такого предположения говорят и приведенные выше другие проявления взаимоотношений полушарий между собой.

Кроме того, к приведенным примерам психической асимметрии человека, существующим лишь в патологии, тесно примыкают феномены, которые были проанализированы в известной книге Анри Бергсона *Материя и память* [6]. Я имею в виду его концепцию двух видов памяти, сопровождающих нормальную деятельность человека.

Одна память привязана к определенному моменту во времени. Эта память-воспоминание, «вспышка прошлого» хотя и является уникальной чувственной картиной определенного момента в прошлом, но ее можно повторять снова и снова.

С другой стороны, существует память-привычка. Она связана с двигательной активностью, когда человек научился что-то делать и после этого он может производить это движение снова и снова. Его нельзя привязать к определенному моменту, оно существует как бы вне времени. Это и есть движение как целое.

Эти два вида памяти резко отличаются друг от друга, они естественным образом сопоставляются с теми психическими отклонениями, о которых я только что говорил¹³.

¹²Если не знать, что по предположению историков науки концепция дополнительности восходит, возможно, к изучению Бором главы о потоке мышления в *Принципах психологии* У. Джемса. В частности, сам термин появляется у Джемса при описании расщепления сознания у некоторых больных (*James W. Principles of Psychology*. N.-Y.: Dover, 1950. V.1. P.206). См. *Джеммер М., loc. cit.*, с. 338—339; *Холтон Дж., loc. cit.*, с. 183—188.

¹³Приведем еще один пример такого соответствия между левым/правым и функциями организма. В цитированных книгах Т. А. Доброхотовой и Н. Н. Брагиной отмечается, что для левополушарных поражений мозга характерны состояния тревожной депрессии. Большой испуган, непоседлив, обеспокоен будущим, иногда объят страхом. В правополушарной ситуации встречается тоскливая депрессия: больной заторможен, погружен в свои мысли, типичная эмоция — тоска, печаль. Эти же эмоции встречаются и при психических отклонениях, сопутствующих некоторым соматическим заболеваниям: страх при болезнях сердца (находящегося слева), тоска при болезнях печени (находящейся справа) (*Банщиков В. М., Невзорова Т. А. Психиатрия*. М.: Медицина, 1969. С. 153, 145). Подобное соответствие нашло отражение и в языковых данных — «печаль» и «печень» имеют родственные корни.

Как же сами исследователи представляют себе природу данного явления? Вывод, который делают в своих книгах психиатры, состоит в том, что они предлагают представить человека находящимся в двух пространствах, левом и правом. Мы вернемся к этой идее позднее. А сейчас попробуем описать эти явления с точки зрения квантовой теории. Предположим, в стиле платоновского мифа из *Пира*, что человек состоит не из двух половин, а как бы из двух людей: «левого» человека и «правого» человека. К «левому» человеку мы отнесем те «левополушарные» явления, которые мы описывали, причем возьмем их в самом резком, крайнем виде. «Левый» человек обладает речью, артикулирует свои высказывания, он движется, но ничего не воспринимает из окружающего мира.

«Правый» человек воспринимает мелодии, звуки, схватывает все одновременно и сразу, находится в состоянии сенсорной одержимости, он замер и не движется вовсе. Реально эти два состояния в природе, конечно, не могут встречаться. Их надо понимать как два вектора в смысле квантовой теории. Реальный человек — это суперпозиция этих двух векторов или состояний, хотя правильнее сказать, что левая половина человека — это суперпозиция «левого» и «правого» человека с гораздо большим удельным весом левой компоненты, а правая половина — суперпозиция с большим удельным весом «правого» человека¹⁴. Более того, состояние человека меняется во времени, и если ночью, во время сна, он почти «правый» человек, то днем, при бодрствовании, «левое» состояние берет верх. В очень близких терминах, именно как два состояния, которые «в нормальной жизни тесно перемешиваются и проникают друг в друга, теряя при этом как то, так и другое, часть своей первоначальной чистоты», описывает человека Бергсон — как существо воспринимающее и действующее. В одной крайности человек существует, постоянно «грезя и воображая», а в другой он «непрестанно разыгрывал бы

¹⁴На первый взгляд, отмеченная выше повышенная чувствительность правой стороны тела у правшей противоречит такому определению. Однако каждая сенсорная модальность представляет собой сложное образование, имеющее наряду с чувственной стороной и активный, двигательный элемент (см. об этом ниже на примере зрения). Поэтому для выделения чисто сенсорной, пассивной стороны в каком-либо акте восприятия требуется его тщательный анализ. И, по существу, это возможно лишь в некотором идеальном пределе. Заметим еще, что, например, кожная чувствительность у правшей все-таки выше на левой руке (Брагина Н. Н., Доброхотова Т. А. Функциональные асимметрии человека. М.: Медицина, 1981. С. 44).

свое существование, не имея возможности по-настоящему его представить»¹⁵.

Несколько отклоняясь от нашей основной линии — дополнительности, попробуем теперь представить, что же происходит с меньшей частью человечества — так называемыми левшами. Если для большинства людей, т. е. правшей, отмеченные нами комбинации являются более или менее определенными, то для остальных эти жесткие зависимости нарушаются и комбинации гораздо более многообразны. Можно дать такую «физическую» модель этой ситуации.

Представим себе, что на некоторую ось насажены отрезки или векторы, которые могут вращаться вокруг этой оси. Каждый такой отрезок — это какое-то свойство: левое/правое, моторное/сенсорное, последовательное/одновременное, логическое/интуитивное, общее/единичное, внешнее/внутреннее и т. д. Между ними существуют связи, которые можно представить в виде соединяющих их «резинок». Для большинства людей, правшей, эти векторы почти идеально соответствуют друг другу, все они смотрят в одну сторону. Но «резинки» зависят от «температуры». Если температура не слишком высокая, то связи заморожены и векторы лишь слегка подвижны. Когда же температура повышается, они могут двигаться и становятся более независимыми друг от друга. Если же температура превышает некоторую критическую, то связи «расплавляются» и исчезают вовсе. Тогда мы получим векторы, направленные в разные стороны, и возникают самые разнообразные комбинации свойств, которые не соответствуют ни одной определенной картине.

Тем самым оказывается, что левша не является зеркальным изображением правши, на самом деле это совсем другая ситуация, где отсутствует однозначная картина, характерная для правшей¹⁶.

¹⁵«Первый никогда не выходил бы за пределы частного и даже индивидуального <...>, второй же, неспособный, без сомнения, мыслить общее <...> все же пребывал бы в измерении всеобщего, так как привычка для действия — это то же, что общее для мысли». См. А. Бергсон [6], с. 257—258. Конечно, Бергсон писал это задолго до квантовой механики, также он не связывает эти состояния с левой или правой сторонами тела.

Интересно сравнить это с замечаниями С. М. Эйзенштейна о левой половине лица как представляющей типовое, или родовое, в человеке, и правой половине, носящей больше индивидуальных черт (см. Подорога В. А. Феноменология тела. М.: 1995. С. 293).

¹⁶Некоторое подтверждение нашей модели доставляют языковые данные. Во многих языках название для «правого» имеется, как правило, одно, в то время как для «левого» есть гораздо больше выражений (см. Hertz R. The Pre-eminence of the Right Hand: A Study in Religious Polarity // In: Right & Left. Essays on Dual Symbolic Classification / Ed. R. Needham. Chicago, 1973. P. 11).

Графика и живопись (из лекций о. Павла Флоренского)

Лекции об изображении пространства в произведениях искусства Флоренский читал в Высших художественных мастерских (ВХУТЕМАСе) в 1924 г. Они не были опубликованы, в течение многих десятилетий лежали в виде рукописей в архиве семьи Флоренских и лишь недавно, в 1993 г., появились в печати [7].

Одна из тем лекций — наличие двойственности между подходом к отображению реального мира графиком и живописцем. В этой двойственности, введенной, по-видимому, самим Флоренским, проявляется принципиальное различие и вместе с тем глубокая связь, существующая между этими двумя подходами.

Главное, что есть в работе графика, — это резец, штихель, передача мира с помощью движения руки, вырезание линии через активное двигательное отношение к миру.

В графике существенны направления и движения и не существенно, какими именно пассивно воспринимаемыми знаками эти направления и эти движения доводятся художником до нашего сознания. Иначе говоря, графика основывается на двигательных ощущениях и, следовательно, организует *двигательное пространство*. Ее область — область активного отношения к миру. Художник тут не берет от мира, а дает миру. Не воздействуется миром, а воздействует на мир [7, с. 77].

Любое движение человека, любой его жест есть явление *того же* самого ряда, что и подход графика к изображению реальности.

Говоря о живописи, Флоренский указывает, что основным элементом тут — мазок. В пределе точечный мазок, т. е. изображение чего-то ограниченного, пятно, нечто неподвижное и статичное.

[При этом] мазок достаточно малый, чтобы не иметь формы, соперничающей с формой целого, целой картины, но не настолько малый, чтобы быть качественно инородным сравнительно со всею поверхностью. Тут художник показывает, как наступает на него мир. Отдельные моменты этого пассивного восприятия мира даются касаниями, прикосновениями. Это пассивное пространство строится осязанием. Осязание предполагает наименьшее возможное наше вмешательство во внешний мир при наибольшем возможном проявлении им себя [7, с. 80].

Более того, эти два способа противоположны друг другу:

Графика, по существу, линейна. [Она состоит] в построении всего пространства и, следовательно, всех вещей в нем — движениями, т. е. линиями. Как только в произведении графики появляются точки, пятна,

залитые краской поверхности, так это произведение уже изменило графической активности подхода к миру, двигательному построению своего пространства, жесту волеизъявления, т. е. допустило в себя элементы живописные. <...> Пассивное восприятие в мире чувственной данности противоречит основам графики [7, с. 78].

Таким образом, отец Павел выделяет как в графике, так и в живописи те черты, которые характеризуют их в чистом виде, и затем говорит, что в графике проявляются прежде всего графические черты, а в живописи — преимущественно живописные, хотя в реальном произведении искусства присутствуют как черты графические, так и живописные. Далее он описывает борьбу этих двух принципов искусства:

Доведенные до окончательной чистоты, искусства зрительного осязания [т. е. живопись — *прим. авт.*] и зрительной двигательности [т. е. графика — *прим. авт.*] сами уничтожаются; первое — как непонятное, второе — как невоспринимаемое. В самом деле, хотя график и отвлекается от чувственных свойств начерчиваемых им линий и от фактуры и цвета использованной им поверхности, но восприятие этих линий и этой поверхности все-таки возможно лишь при наличии чувственного и графика вполне нечувственная может быть лишь в качестве предмета отвлеченных рассуждений [7, с. 95].

Движения без осязания пусты, а осязания без движений слепы [7, с. 92]. Таким образом, каждое из этих основных искусств пользуется в действительности не одной, а двумя первоспособностями.

Если в живописи при главенстве пятна-точки имеется и линия, то в графике господствующее начало, линия, не безусловно исключает пятно и предел его, точку. Но в живописи пятно и, соответственно, точка есть логически первое, а линия — второе, тогда как в графике — наоборот [7, с. 95].

Поскольку для художника ведущим служит все-таки зрение, Флоренский уделяет много места тому, как осязательность и двигательность входят в процесс зрительного восприятия [7, с. 92–93]. Тут и его любимая мысль о зрении как осязании ретиной, подкрепленная эмбриологическими данными, и представление о глазе как двигательном органе — общепризнанный факт современной психологии¹⁷.

¹⁷См. Гиппенрейтер Ю. Б. Глаз как двигательный орган // В сб.: Восприятие и деятельность. М.: Изд-во МГУ, 1976. С. 28—54.

Отметим еще, что двойственность в зрении возникает и на анатомическом уровне. Сетчатка глаза состоит из палочек и колбочек, образующих две разные зритель-

В следующих лекциях Флоренский излагает математические конструкции, необходимые для объяснения этой двойственности. Две лекции он посвящает хорошо известной в математике двойственности в проективной геометрии. Предположим, что мы имеем проективную плоскость \mathbb{P} , на ней есть точки и прямые. Тогда между ними есть отношение, которое состоит в том, что прямая проходит через точку, или, что то же самое, точка лежит на прямой. Фундаментальный принцип двойственности состоит в следующем: пусть имеется некоторое утверждение, включающее эти предметы и свойства, тогда оно сохраняет свою справедливость, если мы заменим точки на прямые, а прямые на точки и соответственно сохраним отношения между ними. Оказывается, после такого преобразования многие теоремы превращаются в весьма нетривиальные утверждения, совершенно непохожие на то, что было вначале. Классический пример — переход теоремы Паскаля в теорему Брианшона [8]. Более простой пример:

через две различные точки проходит ровно одна прямая



две различные прямые пересекаются ровно в одной точке

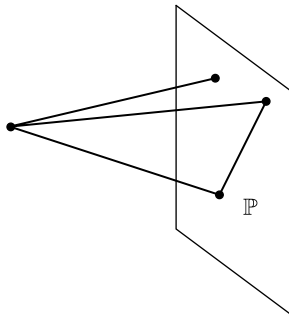
Объяснив проективную двойственность и заметив, что она является частным случаем более общего понятия двойственности в топологических пространствах, Флоренский в следующей, 37-й лекции должен был перейти к объяснению того, как это математическое понятие связано с теми соображениями о природе искусства, о которых мы только что говорили. Но записи этой лекции в тексте

ные системы. Палочки обладают высокой чувствительностью к свету, размещаются больше к краям глазного яблока, используются преимущественно при неярком, умеренном освещении, как система имеют невысокую разрешающую способность, но хорошо воспринимают движения (боковое зрение). Колбочки не очень чувствительны к свету, концентрируются ближе к центру сетчатки, работают при сильном свете, имеют все вместе высокую разрешающую способность. Центральная ямка сетчатки, используемая при ощупывании пространства линией зрения, состоит исключительно из колбочек (см.: Восприятие (механизмы и модели). М.: Мир, 1974. С. 125—129, 134; Милнер П. Физиологическая психология. М.: Мир, 1973. С. 228—230). В последней книге указывается, что некоторые авторы прямо говорят о двойственности этих двух систем и что аналогичное строение характерно и для других сенсорных систем высших животных (рассмотреть анатомию зрительной системы мне предложил Ю. В. Чайковский). Заметим также, что и рассмотренная выше двойственность сенсорного и моторного имеет свой морфологический коррелят. Сенсорные зоны полушарий расположены сзади, а двигательные — спереди от роландовой борозды.

нет. В следующих лекциях он уже о проективной двойственности не говорит. Перед нами встает загадка: что же хотел сказать о. Павел? Каким образом эти математические понятия двойственности связаны с той самой двойственностью между графикой и живописью?

Чтобы ответить, начнем с чисто математического обсуждения этого вопроса. Свяжем двойственность в проективной геометрии с ситуацией зрительного восприятия, использованной Флоренским для описания графики и живописи. Пусть «глаз» смотрит на картину.

Будем считать, что плоскость картины — это наша проективная плоскость \mathbb{P} , т. е. она бесконечно удалена от «глаза». В этой плоскости есть и точки, и прямые («следы движения»). Если мы соединим эти геометрические образы с помощью световых лучей с точкой зрения (соединяя для простоты оба глаза в один), то получим прямые и плоскости в трехмерном векторном пространстве. Это хорошо известное представление проективной плоскости в виде множества прямых («световых лучей»). Оказывается, двойственность в проективной геометрии возникает из двойственности векторных пространств, имеющейся в линейной алгебре.



Пусть у нас есть трехмерное векторное пространство E и двойственное к нему пространство E' . Если $F \subset E$ — его подпространство, то ему можно сопоставить подпространство $F^\perp \subset E'$,

$$F^\perp = \{e \in E' \mid \langle e, f \rangle = 0 \text{ для всех } f \in F\},$$

где $\langle \cdot, \cdot \rangle$ — каноническая билинейная форма на $E \times E'$ (форма двойственности). Если F — прямая, то F^\perp — плоскость, и наоборот, и это именно то соответствие, которое определяет двойственность в проективной плоскости. Как мы видели на рисунке, прямые и плоско-

сти в пространстве E однозначно определяют соответственно точки и прямые на проективной плоскости \mathbb{P} .

В этой ситуации можно определить преобразование Фурье функций на пространствах E и E' :

$$\widehat{f}(e') = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right)^{\dim(E)} \int_E \exp(i\langle e, e' \rangle) f(e) de,$$

где f — функция на E , а f' — функция на E' . Поскольку $E'' = E$, имеется и обратное преобразование Фурье функций на E' в функции на E . С каждым подпространством $F \subset E$ естественно связывается его характеристическая функция δF (дельта-функция, сосредоточенная на F). Нетрудно проверить, что

$$\widehat{\delta F} = \delta_{F^\perp},$$

т. е. интересующая нас двойственность может быть определена через преобразование Фурье.

Если пространство E снабжено евклидовой метрикой (как наше трехмерное пространство), то $E = E'$ и форма $\langle \cdot, \cdot \rangle$ является скалярным произведением. Соответствие $F \mapsto F^\perp$ имеет тогда простой смысл: прямая (плоскость) F^\perp ортогональна F .

Итак, проективная двойственность, которая имеется в геометрии и о которой говорит отец Павел, является частным случаем общей конструкции преобразования Фурье.

Вернемся теперь к словам Флоренского о двойственности точки как чувственного, сенсорного образа, как того, что мы осязаем, и линии, которую вырезает наша рука для графического произведения или скульптуры (пластика тоже относится к предмету его анализа). Мы можем назвать их *дополнительными*, и эта дополнительность будет выражаться той самой математической конструкцией, которую мы обнаружили в квантовой теории, т. е. преобразованием Фурье.

Далее, учитывая, что эти две картины — графическая и живописная, — по словам Флоренского, борются друг с другом (в том смысле, который мы использовали применительно к левому и правому полушариям), противоречат друг другу, доведенные до своего логического предела, они полностью уничтожают противоположную картину, мы можем сказать, что перед нами есть, в точном смысле слова, проявление *дополнительности*, причем *дополнительности* не в микроскопическом квантовом мире, а в той части

человеческой жизни — искусстве, где ее наличие, по-видимому, никому не приходило в голову¹⁸.

Вернемся теперь к предыдущей части работы и сопоставим эти мысли Флоренского с теми представлениями о дополнительной левом и правого, сенсорики и моторики, о которых мы говорили выше. В работах Т. А. Доброхотовой и Н. Н. Брагиной высказывается мысль о наличии двух пространств, левого и правого, в которых суждено жить и действовать человеку. По существу, Флоренский говорит о том же самом, но только на другом материале, у него встречается чисто двигательное пространство и чисто осязательное пространство. Одно активное, другое — пассивное. Я бы сказал, что в одном пространстве существуют точки или тела, а в другом — движения в своей целостности. Можно еще вспомнить Бергсона и сказать, что в одном пространстве находятся *вещи*, а в другом *процессы*¹⁹.

Теперь самое время обратиться к концепции дополнительной, как она возникает в квантовой теории — дополнительной координатного и импульсного представления — одно описывает точки, их

¹⁸Здесь нужно сделать замечание о роли предметов искусства для нашего анализа. Дело в том, что с точки зрения устройства мира, физиологии человека, его места во Вселенной, т. е. с точки зрения современного естествознания, искусство есть некая «рябь на воде», некоторый узор. Представьте себе, что есть дом, где надо жить, в нем должны быть тепло, свет, удобства и т. д. Ну а наличники на окнах — это дань традиции, нечто не очень существенное, без чего в принципе можно и обойтись. С той точки зрения, на которой стоит отец Павел, искусство не есть надстройка над материальным базисом, а это есть нечто, что отражает сущность человека и его место в мире.

Вся история культуры говорит, что дом, само понятие дома, представляет собой образ человеческого тела, поэтому все эти фронтоны, узоры, наличники, петушок наверху — все это имеет для человека, сакрально укорененного в мире, весьма нетривиальный смысл (то, что это выветрилось у современного человека, есть особенность нашего исторического развития). Поэтому мы имеем полное право, вослед о. Павлу, соединить все вместе: и устройство человека, и его физиологию, и живопись, и картину как феномены в устройстве мира, для того чтобы сделать из этого общие выводы.

¹⁹См. Бергсон А. Опыт о непосредственных данных сознания // В кн.: Бергсон А. Собрание сочинений. Т. 1. М.: Московский клуб, 1992. С. 98; то, что Бергсон говорит тут о движении, хорошо согласуется с идеей дополнительной. В частности, он сравнивает движение как целое с единством музыкальной фразы (при этом траектория движения есть лишь его след). Заметим, что музыкальную фразу можно разложить на элементарные составляющие — тоны, и такое описание будет дополнительным к представлению фразы как целого. Переход от одного описания к другому задается, по существу, преобразованием Фурье (ср. с примером двух видов речи, разобранным выше).

координаты, другое скорости, т. е. движения. Мы видим, что

правое, осязательное пространство \sim пространство координат,

левое, двигательное пространство \sim пространство импульсов.

И круг замкнулся. Мы вернулись к тому, с чего начали. Возникает вопрос: какая же связь между двумя этими явлениями, между пространствами в биологии и физике? Не есть ли это *одно и то же*? Этот вывод был бы совершенно поразительным, потому что все мыслители, которые размышляли о том, в какой форме может проявляться дополнительность, в биологии, в психологии, в чем угодно, говорили об аналогии, о явлении, которое лишь похоже на нее. Здесь же мы как будто получаем не просто похожее, а то же самое²⁰.

Впрочем, для полного совпадения нужно еще появление в физиологической ситуации постоянной Планка h . Если это не так и здесь имеется лишь аналогия, то в физиологии должна появиться своя фундаментальная мировая константа.

Естественно спросить: может ли наше зрительное восприятие использоваться для наблюдения квантового мира? Я не берусь давать здесь окончательный ответ на этот вопрос, но хотел бы обратить внимание на примечательный факт, приведенный в книге С. И. Вавилова *Глаз и Солнце*. Описывая свойства глаза, Вавилов говорит о возможности восприятия отдельных или небольших групп квантов света [9] и добавляет, что «глаз $\langle \dots \rangle$ близок по своим свойствам к *идеальному прибору* в смысле чувствительности». Впрочем, здесь речь идет не об измерении координат, а о восприятии энергии, что ближе к измерению импульса (или скорости). Как бы то ни было, глаз тем самым может рассматриваться как экспериментальное устройство для квантовых измерений.

Немного философии: антиномии и оппозиции

Вернемся, однако, к лекциям Флоренского. Его построения могут иметь и более общее, философское значение. В 32-й лекции Флоренский так приоткрывает завесу над возможным исходным пунктом своих размышлений:

²⁰Если в пространстве E зафиксировать объем (т. е. элемент в $\wedge^3(E')$), то это дает канонический изоморфизм пространства прямых $\wedge^2(E)$ с кокасательным пространством T_E во всех точках пространства E , т. е. с пространством скоростей или импульсов.

Тут невольно припоминается кантовское «понятия без ощущения пусты, а ощущения без понятий слепы». И это не внешнее сопоставление, ибо по Канту понятиями сказывается наша активность, а ощущениями же — пассивность. Итак, движения без осязания пусты, а осязания без движений слепы [7, с. 92].

Приведенные тут о. Павлом слова Канта даны в его собственном переводе из *Критики чистого разума*. Это слова из введения к трансцендентальной логике находятся в следующем окружении:

Ни одну из этих способностей [мыслить и иметь наглядные представления] нельзя предпочесть другой. Без чувственности ни один предмет не был бы нам дан, а без рассудка ни один не был бы мыслим. Мысли без содержания пусты, а наглядные представления без понятий слепы [в оригинале: Gedanken ohne Inhalt sind leer, Anschauungen ohne Begriffe sind blind]. Поэтому в одинаковой мере необходимо понятия делать чувственными (т. е. присоединять к ним предмет в наглядном представлении), а наглядные представления делать понятными (т. е. подводить их под понятия). Эти две способности не могут замещать своих функций одна другой. Рассудок не может ничего наглядно представлять, а чувства не могут ничего мыслить. Только из соединения их может возникнуть знание. Однако это не дает нам права смешивать пределы их участия в знании; существуют важные основания заботливо обособлять и отличать одну от другой. Поэтому мы отличаем эстетику, т. е. науку о правилах чувственности вообще, от логики, т. е. науки о правилах рассудка вообще (перевод Н. О. Лосского) [10].

Этот текст показывает, как о. Павел отталкивался в своих построениях от столь нелюбимого им Канта. В пробной лекции 1908 г. в Московской духовной академии он так резюмировал суть кантовских антиномий, прежде всего антиномии конечного и бесконечного: «Статическая множественность понятий и динамическое их единство несовместны друг с другом», и далее: «Первая из норм рассудка требует остановки мысли, а вторая — беспредельного движения мысли» [11]. Это же повторяется в послесловии к *Столпу* [12]. Здесь уже видны в зародыше те мысли, которые будут развиты в лекциях 1924 г.

Под первой из норм рассудка Флоренский имеет в виду закон тождества в логике, а под второй — закон достаточного основания. Именно эти мысли предвещают антиномизм о. Павла, его знаменитое «истина есть суждение самопротиворечивое», вызвавшее столь много возражений. Наиболее ясно эти возражения были сформулированы Е. Н. Трубецким, посчитавшим наличие антиномий призна-

ком мышления падшего, греховного мира. Чаемое Преображение его должно устранить и антиномии [13].

Не входя в богословскую сторону дела, мы укажем здесь на понятие дополнительности как на выход из создавшегося положения. По словам о. Павла, «тезис и антитезис [т. е. высказывание и его отрицание] *вместе* образуют выражение истины. Другими словами, истина есть *антиномия* и не может не быть таковою» [12, с. 147]. Мы можем предположить, что антиномия — это противоречащие друг другу высказывания об одном и том же, но делаемые в разных, дополнительных ситуациях. Короче, можно сказать, что

антиномия = дополнительность.

Об антиномиях философы размышляли задолго до Канта, и здесь стоит вспомнить слова Аристотеля²¹: «В возможности одно и то же может быть вместе [обеими] противоположностями, но в действительности нет».

Как мы уже отмечали, и в самом деле дополнительные стороны явления описываются в квантовой теории вероятностными распределениями (волновыми функциями), представляющими не актуальное знание, но лишь знание в возможности²².

Возвращаясь к Флоренскому, заметим, что в *Столле*, обсуждая антиномии, он называет антитезисы противосуждениями, «которые исходят из сторон жизни, дополнительных к данным» [12, с. 146]. Более того, в словах

по природе своей разум имеет закал антиномический, ибо разум двузаконен, дву-центрен, дву-осен. А именно, в разуме *статика* его и *динамика* его исключают друг друга, хотя вместе с тем они не могут быть друг без друга [11, с. 30]

он, по существу, говорит о дополнительнойности положения (т. е. координат) и движения (т. е. импульса).

²¹Аристотель. Метафизика. IV, 5, 1009a35. Близкое высказывание делает и Боэций восемьсот лет спустя: «Ничто не мешает двум противоположностям быть в одном и том же, но только не в действительности, а в возможности» (*Боэций*. «Утешение философией» и другие трактаты / Пер. Г. Г. Майорова. М.: Наука, 1990. С. 372).

²²По-видимому, Бор, обдумывая понятие дополнительности, интуитивно искал что-то близкое к антиномии. Известны его слова: «Глубокая истина — эта та истина, отрицание которой тоже есть глубокое утверждение». Герб, выбранный Бором в 1947 г., содержал такие слова: *contraria sunt complementa* (см. *Холтон Дж.*, *loc. cit.*, с. 166). О связи антиномий и дополнительности размышлял также И. С. Алексеев (см. *Алексеев И. С.*, *loc. cit.*, с. 231—252).

Далее Флоренский пишет:

Основа разума — закон тождества, и уток его — закон достаточного основания. Ткань разума — сотканная из *конечности* и *дурной бесконечности* (беспредельности) — раздирается в противоречиях. Разум равно нуждается в *обеих* своих нормах и ни без *одной* (т. е. без начала конечности), ни без *другой* (т. е. без начала бесконечности) работать не может. Он не может работать, однако, и при пользовании *обеими* ими, ибо они несовместимы. Нормы разума необходимы, но они — и невозможны. Разум оказывается насквозь антиномическим, — в своей тончайшей структуре [11, с. 32].

Имеющийся тут образ ткани — совсем не метафора. Взаимоотношение основы и утка, горизонтальной и вертикальной структуры, носит характер двойственности, как мы ее описывали выше²³.

Свойства, которые у нас встречались и которые мы рассматривали как дополнительные, крайне распространены в мифологических системах в виде так называемых оппозиций, или противоположностей [14]. Бинарная оппозиция — термин, который возник в работах структуралистов в середине XX века, когда появились общие принципы для описания всевозможных знаковых систем языка, родства, обмена в первобытном обществе и т. п.

К ним относятся как уже встречавшиеся у нас левое/правое, последовательное/параллельное, сенсорное/двигательное, так и многие другие: мужское/женское, горячее/холодное, тяжелое/легкое, мокрое/сухое, внешнее/внутреннее и т. д.

Я думаю, что эти противоположности устроены гораздо более сложно и правильнее считать их антиномиями — они действительно противоречат друг другу, действительно борются друг с другом, а бинарная оппозиция есть выхолощенная, предельно схематизированная антиномия, всего лишь сухой остаток от полнокровного, живого понятия антиномии.

Одна из таких оппозиций встречается у Аристотеля в *Метафизике*, в пифагорейской таблице противоположностей. Это покоящееся и движущееся. Одним из самых потрясающих событий Нового времени, когда родилась наша цивилизация, был удар Галилея, когда он вдребезги разбил аристотелевскую картину мира. Он уничтожил эту оппозицию движения и покоя. То, что казалось фундаменталь-

²³Его можно еще сравнить с примерами, разобранными выше: двумя видами речи и разложением музыкальной фразы на тоны (ноты), где явно просматривалось разложение в ряд Фурье.

ным принципом для осмысления окружающего мира, было сведено до простой ошибки и заменено принципом относительности, тогда еще не эйнштейновской, а галилеевской.

Представление о левом и правом пространстве позволяет на современном научном уровне восстановить то, что уничтожил движимый желанием разрушить аристотелевскую картину мира Галилей, а именно *абсолютную* противоположность движения и покоя. «Левый» человек всегда движется, а «правый» — всегда в покое.

О. Павел Флоренский был прав — эти картины мира не позади нас, они все еще впереди.

Литература

1. Бор Н. Избранные научные труды. Т. II. М.: Наука, 1971; Бор Н. Проблема причинности в атомной физике // УФН. 1985. Т. 147, вып. 2. С. 343—355; Гейзенберг В. Физика и философия. М.: Наука, 1963; Зоммерфельд А. Пути познания в физике. М.: Наука, 1973. С. 116, 124; Вейль Г. Квантовая физика и причинность // В сб.: Прикладная комбинаторная математика. М.: Мир, 1968. С. 326—339; Паули В. Физические очерки. М.: Наука, 1975; Бом Д. Квантовая теория. М.: Физматгиз, 1961; Heitler W. On the Complementarity of Living and Lifeless Matter. K. Norske Vidensk. Selsk. Skr. 1978. P. 1—12; Delbrück M. A Physicist's renewed Look at Biology: Twenty years later // Science. 1970. V. 168. P. 1312—1315. Хороший обзор этих работ был дан историком Дж. Холтоном в статье *Корни дополнительности* в его книге: Холтон Дж. Тематический анализ науки. М.: Прогресс, 1981. С. 159—210; см. также Алексеев И. С. Концепция дополнительности (историко-методологический анализ). М.: Наука, 1978; Джеммер М. Эволюция понятий квантовой механики. М.: Наука, 1985. Детальную библиографию см. в работе: Scheibe E. Bibliographie zu Grundlagenfragen der Quantenmechanik // Philosophia Naturalis. 1968. V. 10. P. 249—290.

2. Weyl H. Philosophy of Mathematics and Natural Science. Princeton: Princeton University Press, 1949. Appendix E. (Сб.: Прикладная комбинаторная математика. М.: Мир, 1968. С. 358—359.)

3. Ludwig W. Das Rechts-Links Problem im Tierreich und beim Menschen. Berlin: Springer-Verlag, 1932; Балонов Л. Я., Деглин В. Л. Слух и речь доминантного и недоминантного полушарий. Л.: Наука, 1976; Леушина Л. И., Невская А. А., Павловская М. Б. Асимметрия полушарий головного мозга с точки зрения опознания зрительных образов // В сб.: Сенсорные системы. Л.: Наука, 1982; Porac C., Coren S. Lateral Preferences and Human Behavior. N.-Y.: Springer-Verlag, 1981; Спрингер С., Дейч Г. Левый мозг, правый мозг. М.: Мир, 1983; цитированные ниже монографии Т. А. Доброхотовой и Н. Н. Брагиной.

4. *St. Augustine. Confessions.* London, 1973. XI, 6—7. P. 258—259. (Имеется перевод на русский язык: *Аврелий Августин. Исповедь.* М.: Renaissance, 1991. С. 286—287.) Эти представления встречаются у него и в других местах (*De Civitate Dei*, XI, 21). Близкие мысли высказывали Боэций (*Consol.*, IV, 6), Николай Кузанский (Сочинения. Т. 2. М.: Мысль, 1980. С. 55—57), Я. Бёме (см. *Фейербах Л. История философии.* Т. 1. М.: Мысль, 1974. С. 196). Ср. также замечания К. Г. Юнга (*Jung C. G. Synchronicity: An Acausal Connecting Principle.* L.: Routledge and Kegan Paul, 1972. P. 142).

5. *Доброхотова Т. А., Брагина Н. Н.* Функциональная асимметрия и психопатология очаговых поражений мозга. М.: Медицина, 1977; *Брагина Н. Н., Доброхотова Т. А.* Функциональные асимметрии человека. М.: Медицина, 1981; *Доброхотова Т. А., Брагина Н. Н.* Асимметрия мозга и асимметрия сознания человека // *Вопросы философии.* 1993. № 4. С. 123—134.

6. *Бергсон А.* Собрание сочинений. Т. 1. М.: Московский клуб, 1992. С. 205—242.

7. *Флоренский П. А., свящ.* Анализ пространственности и времени в художественно-изобразительных произведениях. М.: Прогресс, 1993.

8. *Гильберт Д., Кон-Фоссен С.* Наглядная геометрия. М.—Л.: ОНТИ, 1936. С. 109; *Флоренский П. А., свящ., loc. cit.*, с. 101—102.

9. *Вавилов С. И.* Глаз и Солнце. М.: Наука, 1976. С. 98—102; *Hecht S., Schaer S., Pirenne M. H.* Energy, quanta and vision // *J. of General Physiology.* 1942. V. 25. P. 819—840; *Pirenne M. H.* Vision and the Eye. London, 1948.

10. *Иммануил Кант.* Критика чистого разума. СПб, 1993. С. 70. Ср. анализ этих двух сторон акта познания по Канту, данный о. Сергием Булгаковым примерно в то же время (*Булгаков С. Н.* Философия имени. СПб.: Наука, 1998. С. 161—164).

11. *Флоренский П. А.* Космологические антиномии Иммануила Канта // В кн.: *Флоренский П. А., свящ.* Сочинения: в 4 т. Т. 2. М.: Мысль, 1996. С. 32.

12. *Флоренский П. А., свящ.* Столп и утверждение Истины // *Флоренский П. А., свящ.* Сочинения. Т. I (1). М.: Правда, 1990. С. 483—489.

13. *Трубецкой Е. Н.* Свет Фаворский и Преображение ума // *Вопросы философии.* 1989. № 12. С. 117—123.

14. *Right & Left. Essays on Dual Symbolic Classification / R. Needham (ed.).* Chicago, 1973; *Иванов В. В., Топоров В. Н.* Исследования в области славянских древностей. М.: Наука, 1974; *Granet M.* La pensée chinoise. Paris: Albin Michel, 1968; *Леви-Стросс К.* Структурная антропология. М.: ГРВЛ, 1983.