Содержание

Обозначения 5

Предисловие 9

Глава 1. Плоские фигурные числа 12

1.1. Определения и формулы 12
1.2. Основные свойства многоугольных чисел 19
1.3. Квадратные треугольные числа 25
1.4. Другие мультимногоугольные числа 34
1.5. Встречаемость данного числа среди всех многоугольных чисел . . 37
1.6. Центрированные многоугольные числа 39
1.7. Другие плоские фигурные числа 50
1.8. Обобщённые плоские фигурные числа 62

Глава 2. Пространственные фигурные числа 70

2.1. Пирамидальные числа 70
2.2. Кубические числа 78
2.3. Октаэдральные числа 82
2.4. Другие правильные многогранные числа 85
2.5. Некоторые полуправильные и звёздчатые многогранные числа . . 89
2.6. Центрированные пространственные фигурные числа 93
2.7. Другие пространственные фигурные числа 108
2.8. Обобщённые пространственные фигурные числа 113

Глава 3. Многомерные фигурные числа 126

3.1. Пентатопные числа и их многомерные аналоги 126
3.2. Биквадратные числа и их многомерные аналоги 131
3.3. Другие правильные политопные числа 139
3.4. Гнездовые числа 155
3.5. Пирамидальные числа второго порядка и их многомерные аналоги 160
3.6. Центрированные многомерные фигурные числа 166
3.7. Обобщённые многомерные фигурные числа 175

Глава 4. Фигурные числа в теории чисел 183

4.1. Таблицы сложения и умножения 183
4.2. Треугольник Паскаля и бином Ньютона 187

4.3. Диофантовы уравнения. Пифагоровы тройки 192
4.4. Совершенные числа 199
4.5. Числа Мерсенна и Ферма 202
4.6. Числа Фибоначчи и Люка 206
4.7. Палиндромические числа 209
4.8. Другие специальные числа 214
4.9. Простые числа 217
4.10. Магические конструкции 222
4.11. Разбиения 225
4.12. Проблема Варинга 229

Глава 5. Теорема Ферма о многоугольных числах 237

5.1. История задачи 237
5.2. Теорема Лагранжа о четырёх квадратах 239
5.3. Теорема Гаусса о трёх треугольных числах: элементарное рассмотрение 242
5.4. Доказательство теоремы Гаусса о трёх треугольных числах 245
5.5. Суммы квадратов и теорема Минковского о выпуклом теле 256
5.6. Доказательство Коши теоремы о многоугольных числах 265
5.7. Доказательство Пепена теоремы о многоугольных числах 273
5.8. Другие результаты, связанные с теоремой 282

Глава 6. Калейдоскоп чисел 289

Глава 7. Упражнения 297

Решения и указания 318

Литература 341

Предметный указатель 346