

Остроумный метод построения интересных замощений, многие из которых аperiodичны, был открыт в связи с геометрической головоломкой Лэнгфордом [La40] и Сибсоном [Si40] и проанализирован Голомбом [Go64], Валетте и Замфиреску [VaZ74], Джайлсом-мл. [Gi79a], [Gi79b], [Gi79c], а также Винсом [Vi95]. Возьмём фигуру C , которая может быть разделена на k конгруэнтных частей, подобных C . Сложим вместе k конгруэнтных копий фигуры C , «воспроизводящих» разбиение на меньшие части, и повторим эту операцию бесконечно много раз, чтобы получить замощение плоскости \mathbb{R}^2 конгруэнтными копиями фигуры C . Фигура C , удовлетворяющая описанному условию, называется *k -воспроизводящейся плиткой*.

Проблема 2 (Грюнбаум, Шепард [GrS87], с. 525). *Существует ли плоская фигура, являющаяся одновременно 2- и 3-воспроизводящейся плиткой?*

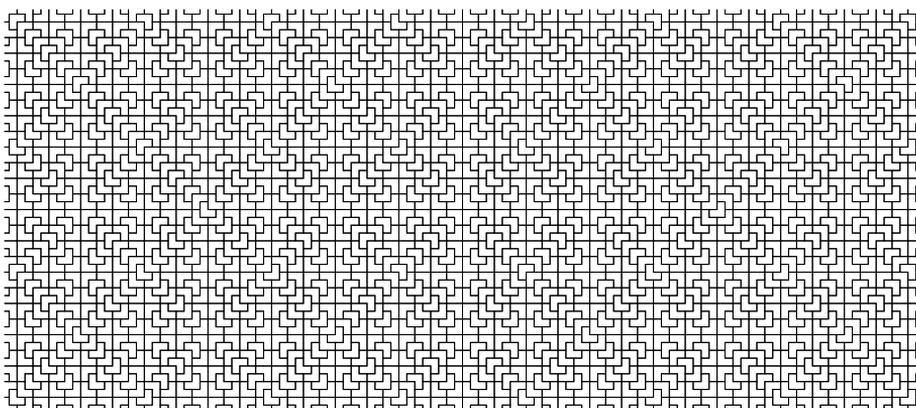


Рис. 4.7. Замощение, основанное на самовоспроизведении $\square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \dots$

Большинство известных замощений плоскости (в том числе и полученных из самовоспроизводящихся плиток) имеют относительно простую структуру. В частности, они могут быть разложены на конечное число подмножеств, каждое из которых состоит из сдвигов. Тем не менее Версмиссен [Ve91] для каждого n построил замощение плоскости конгруэнтными копиями прямоугольного треугольника с по крайней мере n попарно непараллельными элементами. Более того, Радин [Ra94] смог использовать идею Конвея для получения конечного множества S многоугольников со следующим свойством: плоскость можно замостить их конгруэнтными копиями, но в любом таком замощении каждый многоугольник встречается повернутым на бесконечно большое число углов. При этом в качестве элементов множества S могут быть выбраны подобные треугольник [Sa98].

Проблема 3 (Грюнбаум, Шепард [GrS87], с. 37). *Два элемента замощения называются эквивалентными, если один можно перевести в другой параллельным переносом. Обозначим через $e(\mathcal{T})$ число классов эквивалентности замощения \mathcal{T} , определённых этим отношением.*