

Оглавление

Предисловие	6
Предисловие к более ранней версии «Исследовательских задач дискретной геометрии»	8
Глава 0. Определения и обозначения	11
Глава 1. Плотностные задачи об упаковках и покрытиях	15
§ 1.1. Основные вопросы и определения	15
§ 1.2. Самые неэкономные выпуклые множества для упаковки	20
§ 1.3. Самые неэкономные выпуклые множества для покрытия	24
§ 1.4. Насколько экономны решётчатые размещения?	27
§ 1.5. Упаковка полукругов и роль симметрии	31
§ 1.6. Упаковка равных кругов в квадраты, круги, сферы	35
§ 1.7. Упаковка равных кругов или квадратов в полосе	49
§ 1.8. Плотнейшая упаковка сфер	53
§ 1.9. Плотнейшие упаковки некоторых выпуклых тел	59
§ 1.10. Связь между плотностями упаковок и покрытий	63
§ 1.11. Задачи о колбасе и колбасные катастрофы	68
Глава 2. Задачи о структуре упаковок и покрытий	76
§ 2.1. Разложение кратных упаковок и покрытий	76
§ 2.2. Жёсткие и насыщенные упаковки, а также редуцированные покрытия	81
§ 2.3. Устойчивые упаковки и покрытия	88
§ 2.4. Контактные и соседствующие выпуклые тела	92
§ 2.5. Разреженные упаковки с большим числом касаний	103
§ 2.6. Проницаемость и блокировка световых лучей	111
Глава 3. Упаковка и покрытие гомотетичными копиями	117
§ 3.1. Задачи о мешке картошки	117
§ 3.2. Покрытие выпуклого тела его гомотетичными копиями	125
§ 3.3. Задача Леви—Хадвигера о покрытии и задача освещения	129
§ 3.4. Покрытие шара слоями	135
§ 3.5. Ловушки для точек и непроходимые решётчатые размещения	140
Глава 4. Задачи о замощении	150
§ 4.1. Замощение плоскости конгруэнтными областями	150
§ 4.2. Апериодические замощения и замощения с пятикратной симметрией	158
§ 4.3. Замощение пространства многогранниками	163

Глава 5. Задачи о расстояниях	170
§ 5.1. Максимальное количество единичных расстояний на плоскости	170
§ 5.2. Количество равных расстояний в других пространствах	177
§ 5.3. Минимальное число различных расстояний на плоскости	186
§ 5.4. Число различных расстояний в других пространствах	194
§ 5.5. Повторяющиеся расстояния в множестве точек в общем положении . . .	198
§ 5.6. Повторяющиеся расстояния в выпуклых множествах точек	201
§ 5.7. Частота малых расстояний и касающиеся пары	205
§ 5.8. Частота больших расстояний	213
§ 5.9. Хроматическое число графа единичных расстояний	216
§ 5.10. Дальнейшие задачи о повторяющихся расстояниях	225
§ 5.11. Целые или рациональные расстояния	228
Глава 6. Задачи о повторяющихся подконфигурациях	238
§ 6.1. Повторяющиеся симплексы и другие паттерны	238
§ 6.2. Повторяющиеся направления, углы, площади	248
§ 6.3. Задачи евклидовой теории Рамсея	257
Глава 7. Задачи об инцидентях и расположениях	266
§ 7.1. Максимальное число инцидентий	266
§ 7.2. Задачи в стиле Сильвестра—Галлаи	278
§ 7.3. Расположения прямых, порождённые множествами точек	287
Глава 8. Задачи о точках в общем положении	301
§ 8.1. Структура пространства порядковых типов	301
§ 8.2. Выпуклые многоугольники и проблема Эрдёша—Секереша	304
§ 8.3. Делящие пополам прямые и родственные задачи	320
§ 8.4. Экстремальное число особых подконфигураций	328
§ 8.5. Другие задачи о точках в общем положении	336
Глава 9. Изображения графов и геометрические графы	344
§ 9.1. Изображения графов	344
§ 9.2. Изображения планарных графов	345
§ 9.3. Число пересечений	352
§ 9.4. Другие числа пересечений	358
§ 9.5. От трёклов до запрещённых геометрических графов	363
§ 9.6. Другие задачи турановского типа	368
§ 9.7. Задачи рамсеевского типа	374
§ 9.8. Геометрические гиперграфы	379
Глава 10. Задачи о точках целочисленной решётки	382
§ 10.1. Точки решётки в подпространствах	382
§ 10.2. Покрытие точек решёток подпространствами	386
§ 10.3. Нерегулярные множества точек решёток	388
§ 10.4. Задачи о видимости для точек решётки	393

Глава 11. Геометрические неравенства	397
§ 11.1. Изопериметрические неравенства для многоугольников и многогранников	397
§ 11.2. Задачи в стиле Хейлбронна	404
§ 11.3. Вписанные и описанные выпуклые множества	411
§ 11.4. Универсальные покрывающие	417
§ 11.5. Задачи аппроксимации	425
Именной указатель	432
Предметный указатель	442