

Вступительное слово

Транспорт — одна из ключевых систем городского организма, которую по важности уместно сравнить с кровоснабжением. Именно транспорт позволяет городу в полной мере выполнять связующую, коммуникационную и обеспечивающую функции. Тема транспорта касается практически каждого городского жителя, и тем важнее становятся усилия по систематизации и распространению соответствующих знаний.

Для управления дорожным движением на транспортной сети городов повсеместно используются системы управления, алгоритмы работы которых основаны на моделях транспортных потоков. Требования к точности и сложности моделей чрезвычайно велики. Достаточно сказать, что на простейшем перекрестке может быть 12 направлений движения транспортных средств. Для участка улично-дорожной сети с 10 такими пересечениями речь идет уже о 120 направлениях и необходима минимизация задержек по каждому из этих направлений при условии, что интенсивность движения постоянно изменяется во времени и в пространстве.

Кроме того, без транспортного моделирования невозможно планирование строительства новых и модернизации существующих транспортных объектов, объектов жилищного и делового строительства, схем организации дорожного движения, действий при чрезвычайных ситуациях, решение целого ряда других практических задач.

Вниманию читателей предлагается издание, в котором собраны фундаментальные знания в области математического моделирования транспортных потоков, что позволяет рассматривать это издание как основу подготовки специалистов самой высокой квалификации для многих сфер городского хозяйства.

Одним из самых значительных применений транспортных моделей на перспективу не менее 10–15 лет будет проектирование интеллектуальных транспортных систем (ИТС), необходимость создания которых обусловлена коренными изменениями условий дорожного движения и задачами управления дорожным движением, вызванными, в свою очередь, интенсивным, взрывным ростом уровня автомобилизации.

С точки зрения управления движением при малой загрузке улично-дорожной сети (20–30% пропускной способности) движение фактически является свободным и управление сводится к локальному светофорному регулированию, которое вводится по критериям безопасности. Потребностей в применении каких-либо моделей и алгоритмов управления на их основе практически не возникает.

Интервал в 20–70% загрузки от пропускной способности улично-дорожной сети (УДС) — сфера традиционных автоматизированных систем

управления дорожным движением (АСУДД), когда ставится и решается задача увеличения пропускной способности за счет координированного управления светофорной сигнализацией.

Основное физическое явление, за счет которого достигается выигрыш при таком управлении — формирование и пропуск пачки (группы) транспортных средств. Если пачка «рассыпается» (при дистанции между светофорами 800–1000 м и более), выигрыш за счет координированного светофорного регулирования фактически не достигается. Отсюда вытекают требования к количеству светофорных объектов, к алгоритмам координации и, соответственно, к моделям.

При загрузке в 80% и более задача управления принципиально меняется. Любая перегрузка улично-дорожной сети сверх пропускной способности приводит к фатальным последствиям.

МКАД (Московская кольцевая автомобильная дорога), например, спроектирована на пропуск не менее 8–10 тысяч единиц транспорта в час. Но в настоящее время каждый день имеются участки, где пропускная способность падает до двух тысяч и менее единиц (ниспадающая ветвь фундаментальной диаграммы транспортного потока). При этом однажды возникшая пробка подвержена явлению гистерезиса, которое состоит в том, что как только трафик превышает пропускную способность полосы, движение входит в нестабильную зону функционирования в загруженном режиме и вернуться к свободному движению возможно лишь после того, как «спрос» станет явно ниже пропускной способности. Никакие алгоритмы координации (и соответствующие потоковые модели) в условиях перегрузки положительного результата не дают.

Эффективное управление дорожным движением в этих условиях должно обеспечивать загрузку транспортной сети на грани ее пропускной способности и поддерживать непрерывное равномерное движение — пусть даже на относительно небольших скоростях (оптимальные режимы движения при такой загрузке собственно и соответствуют синхронизированной фазе по Кернеру).

Иными словами, задача пропуска возможно большего количества транспортных средств меняется на задачу достижения транспортного баланса между реальной пропускной способностью УДС и спросом на объемы движения при максимальном использовании возможностей, предоставляемых геометрическими параметрами уличной сети.

Такая постановка задачи принципиально меняет построение системы управления, алгоритмы управления и, соответственно, модели, лежащие в их основе.

Прежде всего, необходимо понимать, что пропускная способность — величина переменная, зависящая от погодных условий, аварий, производства ремонтных работ и т. д. При загрузке до 60–70% имеется резерв,

который сглаживает изменения пропускной способности. При загрузке в 90% такого резерва нет и интеллектуальная транспортная система должна в реальном масштабе времени оценивать текущую пропускную способность и перераспределять потоки.

Далее, в условиях интенсивной автомобилизации достижение транспортного баланса невозможно без введения и поддержания механизмов ограничения спроса на дорожное движение за счет информирования участников движения о загрузке УДС и возможных маршрутах движения, без развития общественного транспорта, грамотной логистики, управления парковочным пространством, перераспределения транспортных потоков в зависимости от складывающихся условий и т. д. — вплоть до введения административных запретов.

Например, в Москве в настоящее время на улицах города в «часы пик» могут одновременно находиться в движении не более 400 тысяч автомобилей. Как показывают результаты наблюдения, город «встает», когда число выехавших на дороги автомобилей достигает 500 тысяч, а при экстремальных погодных условиях — и при меньшей численности. Данную цифру можно рассматривать как предельную пропускную способность улично-дорожной сети города.

Между тем по экспертным оценкам при благоприятных условиях движения в часы пик готовы выехать на улицы около четверти от общего числа транспортных средств. Учитывая, что в Москве с пригородами насчитывается более 5 млн единиц транспорта, общий спрос на передвижение в часы пик можно оценить в 1 млн единиц транспорта, что в два раза превышает пропускную способность улично-дорожной сети. Каждый второй водитель уже не садится за руль только из-за неудовлетворительных условий движения и парковки.

На перспективу до 2016 года прогнозируется, что численность автотранспортных средств в Московском регионе может увеличиться до 8 млн единиц, т. е. спрос может четырехкратно превысить пропускную способность.

Примерно такая же ситуация, обусловленная интенсивной автомобилизацией в последние 10–15 лет, складывается в большинстве крупных и средних городов страны. В реально сложившихся условиях никакое наращивание дорожно-мостового строительства и принятие локальных мер не позволит удовлетворить «отложенный спрос».

Именно поэтому в современных условиях задача пропуска возможно большего числа транспортных средств по УДС меняется на задачу поддержания транспортного баланса между пропускной способностью существующей улично-дорожной сети и ее реальной загрузкой за счет перераспределения (а при необходимости — за счет введения ограничений на движение) транспортных потоков.

Несомненно, что инженерная реализация рассматриваемых моделей в виде реально работающих автоматизированных систем требует своих исследователей и разработчиков.

Но тот факт, что относительно небольшой набор математических идей «делает погоду» в разных областях транспортной науки, позволяет утверждать, что изучение собранных в монографии материалов может быть рекомендовано как ученым, так и инженерам, применяющим в сфере своей деятельности аппарат математического моделирования транспортных потоков.



Максим Станиславович Ликсутов
Руководитель Департамента транспорта и развития
дорожно-транспортной инфраструктуры города Москвы
12 апреля 2012 г.

Предисловие к новому изданию

В 2010 г. в издательстве МФТИ небольшим тиражом (250 экз.) вышла наша книга «Введение в математическое моделирование транспортных потоков». Книга оказалась довольно востребованной и практически сразу стала библиографической редкостью. Предложение о подготовке нового издания поступило к нам от И. В. Ященко и В. В. Фурина летом 2011 г. во время Летней школы «Современная математика»-2011. На этой замечательной летней школе мы как раз рассказывали продвинутым школьникам ряд сюжетов из первого издания книги. В новом издании была учтена «обратная связь» от школьников ЛШСМ-2011 и от студентов, слушавших одноименный (с названием книги) курс лекций в весеннем семестре 2011 г. в Независимом московском университете.

По сравнению с прошлым изданием в новом издании были пополнены материалы главы 1, главы 3, приложения М. Л. Бланка, Е. В. Гасниковой, А. В. Колесникова, А. М. Райгородского и задачного раздела. В новое издание также были добавлены приложения:

- «Интеллектуальный анализ данных в задачах моделирования транспортных потоков», написанное известными специалистами в области интеллектуального анализа данных профессором К. В. Воронцовым (ВЦ РАН, МФТИ, «Яндекс») и к.ф.-м.н. Ю. В. Чеховичем (ВЦ РАН, «Форексис»);
- «Стохастическое транспортное равновесие», написанное известными специалистами в области численных методов выпуклой оптимизации профессором Ю. Е. Нестеровым (CORE/INMA (UCL), ПреМоЛаб МФТИ) и к.ф.-м.н. С. В. Шпирко (ПреМоЛаб МФТИ);
- «О практическом опыте моделирования транспортных потоков с помощью пакета программ PTV Vision», написанное А. В. Прохоровым и В. Л. Швецовым («А+С Консалт») на основе собственного опыта выполнения различных транспортных проектов в ряде городов России.

Небольшие изменения были внесены и в другие части. За время, прошедшее с момента выхода первого издания, к нам обращались за консультациями по вопросам математического моделирования транспортных потоков различные организации. Большинство задач, по которым требовалась консультация, имели интересную научную составляющую. Поэтому было решено включить в новое издание ряд таких исследовательских вычислительных задач, знакомство с которыми, на наш взгляд, значительно способствует лучшему усвоению основного материала.

Нельзя не отметить большой труд редакционного характера, затраченный при подготовке первого издания В. Н. Тарасовым, В. А. Дружининой, И. А. Волковой, О. П. Котовой, Л. В. Себовой. Всем им мы выражаем глубокую благодарность.

Мы также благодарим Юрия Николаевича Торхова за помощь в издании книги и Александра Ведерникова за предоставленную фотографию на обложку.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ и Лаборатории структурных методов анализа данных в предсказательном моделировании (ПреМоЛаб) МФТИ, грант правительства РФ дог. 11.G34.31.0073.

А. В. Гасников (avgasnikov@gmail.com)

доцент кафедры математических основ

управления ФУПМ МФТИ

с.н.с. ПреМоЛаб МФТИ

5 декабря 2012 г.

Предисловие

Идея написания этого пособия принадлежит декану факультета управления и прикладной математики (ФУПМ) МФТИ профессору Александру Алексеевичу Шананину. Более двух лет назад он предложил начать читать на физтехе курс по выбору «Введение в математическое моделирование транспортных потоков», некоторые детали которого (глава 2) к тому моменту уже обсуждались в течение нескольких лет на семинаре «Квазилинейные уравнения и обратные задачи» в ВЦ РАН под его руководством¹⁾. Основная цель курса заключалась в том, чтобы познакомить заинтересованных студентов-старшекурсников и аспирантов физико-математических специальностей с математикой, необходимой для решения, например, таких задач:

- эволюция затора (как будет распространяться информация о заторе по транспортному потоку),
- задача о светофоре (при каких условиях перед светофором не будет скапливаться очередь),
- задача о выборе оптимальной топологии транспортной сети (где и какую дорогу «лучше» строить),
- расчет матрицы корреспонденций и распределения потоков,
- задача о надежности графа транспортной сети.

Курс содержал дополнительные главы следующих дисциплин:

- уравнений математической физики (обобщенные решения законов сохранения, групповой анализ, автомодельная редукция, принципы максимума для квазилинейных параболических уравнений);
- теории вероятностей и случайных процессов (аппарат производящих функций, системы массового обслуживания, концентрация меры, исследование асимптотик с помощью метода перевала);
- функционального анализа (сжимающие отображения, монотонные операторы, конусные методы);

¹⁾Здесь также хотелось бы обратить внимание на ту огромную роль, которую сыграл зав. кафедрой вычислительной математики МФТИ член-корреспондент РАН А.С. Холодов во внедрении этой тематики в образовательный процесс на физтехе. За несколько лет до того, как был поставлен упомянутый курс, Александр Сергеевич уже читал лекцию по гидродинамическим моделям транспортного потока в рамках своего семестрового курса для студентов ФУПМ МФТИ «Нелинейные вычислительные процессы». Энтузиазм Александра Сергеевича «зажег» тогда многих (и не только студентов). Отметим также, что с 2005 года В. И. Швецов ведет курс «Математические модели транспортных потоков» для студентов ФУПМ МФТИ на базовой кафедре Института системного анализа РАН.

- теории динамических систем (методы функционалов Ляпунова) и эргодической теории (концентрация инвариантной меры, элементы статистической физики);
- кинетической теории (уравнения Колмогорова, социодинамика, динамика систем с мотивацией, самоорганизация);
- теории игр (эволюционные игры: равновесие Нэша как устойчивое положение равновесия динамики наилучших ответов);
- оптимизации в конечномерных и бесконечномерных пространствах (принцип Лагранжа, двойственность, отделимость, принцип Беллмана, элементы теории управления);
- дискретной математики (задачи на графах и эффективные (приближенные, вероятностные) алгоритмы их решения);
- численных методов выпуклой оптимизации (прямо-двойственные методы, стохастические субградиентные методы, субградиентные методы для задач огромной размерности и др.).

Настоящее пособие представляет собой попытку связно преподнести как материалы прочитанных курсов, так и в целом математический аппарат и некоторые физические концепции, которые могут пригодиться при создании (модернизации) комплексной интеллектуальной транспортной системы (КИТС). О важности такой системы в борьбе с пробками (в Москве) было много сказано за последнее время.

По сути, речь идет о том, как оптимальным образом использовать имеющуюся информацию. Например, в Москве сейчас установлено (в основном на крупных перекрестках) в общей сложности более 500 видеокамер и несколько тысяч различных детекторов. Порядка 10^5 автомобилей¹⁾, курсирующих по Москве и области, оснащены GPS-навигаторами, что позволяет получать треки (пути следования) автомобилей с информацией о скоростях движения вдоль этих треков. Заметим, что всего в Москве ежедневно бывает более $4 \cdot 10^6$ автомобилей.

Создание КИТС на основе имеющихся данных предполагает выполнение следующих действий.

- Выработку адекватной (имеющимся данным²⁾) математической модели, описывающей транспортный поток. Например, можно в неплохом приближении уподоблять транспортный поток сжимаемой жидкости с мотивацией и использовать гидродинамические модели (или модели клеточных автоматов). Калибровка таких моделей на прямолинейных участках

¹⁾Если говорить о сечении по времени, то таких автомобилей на дорогах будет на порядок меньше.

²⁾Важно подобрать модель, адекватную имеющимся данным, дабы не «забывать микроскопом гвозди».

дороги (ребрах графа транспортной сети) довольно просто осуществляется исходя из имеющейся информации.

- Для постановки начально-краевых условий: описание характеристик источников и стоков автомобилей, узлов графа транспортной сети (перекрестки, въезды, съезды и т. п.) — также требуется работа с накопленными данными. В результате такой работы получается матрица корреспонденций, на основе этой матрицы рассчитываются распределения потоков, а затем и матрицы перемешивания в узлах графа транспортной сети. На наш взгляд, адекватная постановка начально-краевых условий — это одна из самых сложных текущих задач. И наметки приведенного здесь пути — далеко не единственный способ получения краевых условий.

- Откалиброванная модель может использоваться для локального (по времени) управления на основе текущей информации, например, светофорной сигнализацией (въездами на крупные магистрали). Возникающие здесь задачи связаны с управлением сложными (гибридными) динамическими системами в условиях неопределенности. Такое локальное управление позволит несколько разгрузить складывающуюся на дорогах в данный момент ситуацию (правильным образом распределяя ресурсы транспортной сети между ее пользователями). Например, в Калифорнии коллектив, работающий в Беркли и возглавляемый П. Варайя и А. Б. Куржанским, предложил несколько лет назад способ локального управления въездами на основные магистрали. Это привело к тому, что для среднестатистического водителя время в пути уменьшилось на 30%.

- Помимо задач локального управления имеются задачи долгосрочного управления. Где и какую дорогу следует построить при заданных бюджетных ограничениях? Каким образом (в каком размере) взимать плату за проезд с трасс в центре Москвы?¹⁾ На каких трассах стоит в первую очередь увеличивать число полос? Где стоит в первую очередь переделывать развязки или делать новые (в частности, решать вопрос: а выгодно ли увеличивать степень непланарности графа транспортной сети)? Эти задачи, так же как и задачи предыдущего пункта, должны решаться для всей сети в целом (не локально по пространству!). Иначе говоря, сумматорные функционалы качества критериев должны в себя включать всех участников дорожного движения. Понятно, что для решения этих задач достаточно просматривать различные сценарии (в том числе предложенные руководством города) с помощью выработанной и откалиброванной модели на предмет их состоятельности, путем (разумного) перебора выбирать лучшие предложения по разгрузке ситуации на дорогах.

¹⁾Нужна некая «золотая середина»: с одной стороны, плата за проезд должна разгрузить эти трассы, с другой — желательно, чтобы пропускные ресурсы трасс использовались по максимуму.



Рис. 1. Транспортный затор на одной из улиц Москвы

Некоторые рассмотренные в пособии задачи имеют также и коммерческий выход. Например, актуальной в последнее время задачей¹⁾ является *задача маршрутизации*: выбор оптимального (кратчайшего) маршрута следования. Понятно, что если считать веса ребер графа транспортной сети известными и не меняющимися со временем, то эта задача довольно эффективно решается. Но на практике далеко не всегда все нужные веса ребер бывают известными. В зависимости от времени суток ситуация на дорогах может кардинально меняться, поэтому возникает необходимость прогнозирования загрузки элементов сети. Примером таких изменений служит образование заторов в часы пик — за короткий промежуток времени движение может быть практически парализовано даже на многополосных магистралях (рис. 1).

Несмотря на отмеченную актуальность приведенных выше задач, еще раз подчеркнем, что в пособии изложен в основном лишь математический аппарат и некоторые физические концепции, которые могут пригодиться для их решения. Важно также заметить, что формат пособия не предполагал включения технически сложных вещей, обремененных большим количеством деталей. Тем не менее по возможности мы старались хотя бы на концептуальном уровне разъяснять практически все основные нюансы. Как следствие, пособие вобрало в себя довольно много материала (который не удавалось рассказать студентам меньше чем за год), и в ходе его подготовки было использовано более 500 литературных источников, многие из которых впоследствии было решено упомянуть в пособии. Последнее обстоятельство также не характерно для учебных пособий, но при

¹⁾Ее решение может быть интересно, например, НИС ГЛОНАСС, ЗАО «Российские навигационные технологии», различным интернет-службам, следящим за пробками на дорогах, и компаниям, производящим КПК-навигаторы (с выходом в Интернет) для автомобилей.

выбранном уровне детализации и объеме излагаемого материала вполне уместно.

Конечно, представленный в книге материал далеко не полон¹⁾. Причина проста — колоссальный объем накопившегося на данный момент материала, посвященного транспортной проблематике. Достаточно сказать, что сейчас в мире существуют десятки реферируемых научных журналов, в которых регулярно публикуются материалы на транспортную тематику. Упомянем лишь некоторые из них: «Transportation Research B», «Physical Review E», «Review of modern physics», «Transportation Science», не говоря уже об электронных ресурсах, таких, например, как <http://arxiv.org/>. Раз в два года проводится крупнейшая в транспортном сообществе конференция по математическому моделированию транспортных потоков и смежным вопросам: «Traffic and granular flow», труды которой публикует известное немецкое издательство Springer. Кстати, в 2011 г. эта конференция впервые прошла в Москве (см. <http://tgf11.ru>). Четвертый номер журнала «Труды МФТИ» за 2010 г. под редакцией вице-президента РАН академика В. В. Козлова всецело посвящен транспортной проблематике. Однако, несмотря на вышесказанное, мы все же постарались собрать наиболее базовые (математически) вещи и описать текущее состояние дел.

Об авторах. Во многом определяющим моментом в создании этого пособия стало участие в его написании ряда ведущих специалистов в своих областях. Так, глава 1 написана профессором Е. А. Нурминским и доцентом Н. Б. Шамрай (ИАПУ ДВО РАН) и посвящена применению теории бескоалиционного равновесия для расчета транспортной сети при условии стационарности потоков и моделям построения матрицы корреспонденций. Глава 2 написана А. В. Гасниковым при участии доцента С. Л. Кленова (кафедра общей физики МФТИ) и доцента Я. А. Холодова (кафедра вычислительной математики МФТИ). С. Л. Кленовым был написан раздел 2.4, а Я. А. Холодов принял участие в написании пунктов 2.1.4 и 2.2.4. Глава 3, посвященная теории трех фаз Кернера транспортного потока, всецело написана С. Л. Кленовым (коллегой Б. С. Кернера) и содержит как упомянутые выше физические концепции, так и примеры эмпирических (измеренных) пространственно-временных структур плотного потока на скоростных автомагистралях. Как показала обратная связь от студентов, слушавших упомянутый выше курс по выбору, востребованными оказались «стохастические» приложения доцента А. А. Замятина и профессора В. А. Малышева (кафедра теории вероятностей мехмата МГУ) и профессора А. М. Рай-

¹⁾ Например, очень мало внимания уделяется важному на практике четырехстадийному способу моделирования транспортных потоков. Заинтересованному в практических применениях читателю мы рекомендуем книгу: *Ortúzar J. D., Willumsen L. G. Modelling transport*. John Wiley & Sons, 2011.

городского (кафедра математической статистики и случайных процессов мехмата МГУ, кафедра анализа данных МФТИ). Важную роль в пособии играют эргодические приложения профессора М. Л. Бланка (лаборатория Р. Л. Добрушина ИППИ РАН), аспирантки Е. В. Гасниковой (кафедра анализа систем и решений ФУПМ МФТИ) и приложение д.ф.-м.н. А. В. Колесникова (математический факультет ВШЭ), посвященное связи задачи Монжа—Канторовича о перемещении масс и явления концентрации меры. Эти три приложения, помимо того что представляют самостоятельную ценность, также завязывают (математически) между собой многие темы этого пособия. Другими словами, знакомство с ними желательно для формирования целостного восприятия.

В конце учебного пособия приведены задачи, часть из которых в разное время предлагалась студентам¹⁾. При подготовке задач большую помощь оказали молодые ученые, работающие в близких направлениях. В пособии имеется целый раздел задач (написанный ассистентом кафедры математических основ управления ФУПМ МФТИ Е. Г. Молчановым), посвященный задачам на графах и, по сути, восполняющий нехватку в пособии темы «Транспортные потоки и Computer Science». В этом же разделе приводится довольно интересная задача, пришедшая из практических приложений от службы «Яндекс.Пробки».

Благодарности. В заключение хотелось бы выразить благодарность профессору А. А. Шананину, академику В. В. Козлову, академику А. А. Петрову, члену-корреспонденту А. С. Холодову. Общение и участие в мероприятиях, к которым они имели отношения, всегда доставляло большое удовольствие и иногда вдохновляло на улучшение материала данной книги. Ценную обратную связь при подготовке этого пособия получал от профессора А. П. Буслаева и доцента О. С. Розановой, а также от всех коллег, принимавших участие в его написании. Много полезных замечаний по всему тексту сделал самый активный слушатель курса — Ю. В. Дорн (студент 6-го курса факультета аэрокосмических исследований МФТИ). Ряд ценных замечаний по темам, изложенным в пособии, сделали С. Я. Аввакумов, В. И. Аркин, Л. Г. Афанасьева, М. А. Бабенко, П. П. Бобрик, А. С. Бугаев, Е. В. Булинская, А. М. Валуев, Н. Д. Введенская, В. В. Веденяпин, И. Е. Виноградов, К. А. Волосов, А. Э. Воробьев, В. В. Вьюгин, А. И. Голиков, А. Н. Дарьин, К. Дафермос, А. В. Дмитрук, Е. Г. Дорогуш, В. А. Дородницын, В. А. Дружинина, В. Г. Жадан, А. В. Казейкина, Б. С. Кернер, А. В. Козлов, В. Ф. Колчин, Н. С. Кукушкин, А. Г. Куликовский, А. А. Куржанский, Г. Л. Литвинов, И. А. Лубашевский, А. Е. Ма-

¹⁾ Упражнения и задачи повышенной сложности отмечены звездочкой. Те задачи, полные решения которых авторам неизвестны, помечены двумя звездочками. В разделе «Исследовательские задачи» и «Задачи от „Яндекс.Пробки“» все задачи повышенной сложности.

каров, В. П. Мартынов, И. С. Меньшиков, В. Д. Мильман, И. И. Морозов, Т. А. Нагапетян, А. И. Назаров, А. В. Назин, А. С. Немировский, Т. С. Обидина, В. И. Опойцев, В. П. Осипов, Я. С. Панасюк, Е. Ю. Панов, Д. И. Петрашко, Н. С. Петросян, С. А. Пирогов, В. М. Полтерович, Б. Т. Поляк, Ю. С. Попков, И. Г. Поспелов, В. Ю. Протасов, В. В. Пухначёв, В. Н. Разжевайкин, И. В. Рублев, А. Н. Рыбко, В. Ж. Сакбаев, А. Ю. Семёнов, Д. Серр, Н. Н. Смирнов, А. Н. Соболевский, П. А. Солоневич, В. Г. Спокойный, Е. О. Степанов, Н. Н. Субботина, В. Н. Тарасов, С. П. Тарасов, Г. М. Хенкин, Б. Н. Четверушкин, А. П. Чугайнова, С. В. Чуканов, Н. Г. Чурбанова, В. М. Шелкович, А. Шень, В. И. Швецов, М. В. Яшина. Ценным было общение с академиком А. Б. Куржанским и академиком В. П. Масловым.

Особо хотелось бы поблагодарить зав. кафедрой математических основ управления (МОУ) МФТИ доцента С. А. Гуза и зам. зав. кафедрой МОУ доцента О. С. Федыко, создавших идеальные условия как для проведения занятий, так и для создания пособия, регулярно стимулировавших весь процесс написания и внимательно относившихся ко всем особенностям работы.

А. В. Гасников (avgasnikov@gmail.com)
доцент кафедры математических основ
управления ФУПМ МФТИ