

Коротко о книге и о предлагаемых занятиях

В этой книжке мы хотим познакомить вас с нашими математическими кружками для младших школьников, которые уже много лет проводим в школах Москвы. Перед вами не совсем сборник задач. Книга раскрывает наш подход к ведению кружков (в данном случае для 3—4 классов) на примере восьми первых занятий, для которых мы приводим комплекты заданий, способы работы с ними и делимся некоторым нашим опытом.

Основными целями наших занятий являются развитие мышления, накопление математического опыта. Мы хотим показать красоту математики, её занимательную сторону и в увлекательной форме познакомить с её многообразием через различные близкие детям жизненные сюжеты. Благодаря этому открывается незнакомая многим математика через интерес, удивление, интуицию, поиск и находки.

Задания на наших занятиях и в приведённых восьми подборках отличаются разнообразием и не привязаны к конкретной школьной программе и определённым темам школьного курса математики. Мы предлагаем интересные сюжеты, причём специально komponуем задания так, чтобы обеспечить смену жанров, уровней сложности и видов деятельности ребёнка на занятии. Некоторые задания похожи на головоломки. Одной из отличительных особенностей наших занятий является активное использование математических фокусов и стратегических игр в учебных целях. Фокусы мы показываем и исследуем, а в игры играем и учимся выигрывать.

Мы уделяем внимание не только содержанию занятий, но и самому процессу их проведения, учитываем психологическую сторону работы с младшеклассниками.

В школе часто приходится слышать: «Не знаю, как это решать: мы такого на уроках не проходили». Многие ребята ищут образец, вместо того чтобы начать думать. Вместо многократного повторения действий по образцам у ребят на кружках есть полноценная возможность самостоятельно искать способы решения: «повариться в сюжете», побывать в тупике. Таким образом ребёнок получает собственный бесценный опыт, сам открывает многие математические закономерности и явления, что-то придумывает, что-то изобретает. На занятиях кружка благодаря достаточно свободной и доброжела-

тельной обстановке (не решил или ошибся — не страшно) постепенно преодолевается страх перед нестандартными заданиями и самостоятельным поиском решений.

Для того чтобы приступить к предлагаемым занятиям, школьнику вполне достаточно знаний и умений, полученных в первых двух классах начальной школы.

Книга адресована преподавателям математики, студентам педагогических вузов, заинтересованным родителям и их детям.

Авторы благодарны коллегам Я. И. Абрамсону, А. С. Алфимовой, Л. А. Яковлевой за обсуждение идей и фрагментов книги, комментарии и замечания, которые помогли сделать книгу лучше, особенно благодарны А. И. Сгибневу и Д. Э. Шнолю за внимательное прочтение основного текста рукописи, ценные замечания, вопросы и предложения, Елизавете Забелиной за помощь и поддержку при работе над книгой, Забелиной Яне за прочтение и комментарии по тексту, Антону и Тимофею Сорокиным за идеи аранжировок некоторых задач, Александре Околевой, Светлане Захарьиной, Ангелине Кучинской за проявленный интерес и помощь в работе над текстом и, конечно же, всем детям за живой интерес, вопросы, комментарии и идеи.

Авторы будут признательны за отзывы, комментарии, новые задачи. Электронный адрес для связи: matdverca@mail.ru

Какая математика нужна детям?

Математика — это не только наука о том, как складывать и умножать, как находить площадь, периметр, скорость. Математика есть вокруг нас, и она прежде всего, призвана учить мыслить. Она может быть увлекательной, необычной, красивой, живой, загадочной и даже волшебной.

Давайте для начала ненадолго задумаемся, чего можно ждать от занятий ребёнком, например, в спортивной секции, допустим, хоккейной. Кто-то хочет просто, чтобы ребёнок научился кататься на коньках, владеть клюшкой, попадать шайбой в ворота. Другие хотят развить выносливость, спортивный дух, умение работать в команде. Кто-то стремится к победам и кубкам, а кто-то хочет, чтобы ребёнок двигался и укреплял здоровье. При этом если хоккеист научился отлично держаться на льду и метко попадать шайбой в ворота, это не значит, что он стал успешным хоккеистом, и тем более не значит, что он укрепил здоровье. К сожалению, изнурительные тренировки здоровья зачастую не прибавляют.

Так же обстоит дело и с занятиями математикой. Чего ждёте от них вы?

Чего хотят от занятий сами дети?

Для того чтобы лучше понять детей, мы в начале учебного года их попросили написать нам на листочке очень кратко: «Для чего вы ходите на математический кружок? Чего хотите от занятий?» И вот какие ответы мы получили.

— Хочу интересных задачек и хочу думать.

— Я хочу научиться решать сложные задачи и объяснять их. Это мне пригодится в 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 классах и в университете.

— Хочу научиться понимать условия трудных задач.

— Хочу, чтобы каждый рассказывал свою идею, теорию или схему.

— Хочу научиться хорошо и быстро писать решение задач, объяснять своё решение.

— Я хочу быть умнее. И быстрее соображать.

— Хочу получать пятёрки в школе.

— Я хочу научиться не бояться математических задач, научиться их быстро решать. И хочу полюбить математику.

— Хочу подготовиться к будущим олимпиадам. Люблю сложные прикольные задачи, голову поломать.

— Хочу, чтобы мы играли в игры по математике.

— Я очень хочу, чтобы были задачки с подковыркой и на логику.

— Мне очень нравятся задачи с подвохом.

— Хочу почувствовать любовь к математике, я не люблю её.

— Я хожу на кружок, потому что хочу стать архитектором. Люблю рисовать.

— Я хочу стать врачом, для этого хожу на кружок. Пригодится что-то подсчитывать.

— Я занимаюсь на кружке, потому что я хочу работать в банке.

— Хочу развития, интересного проведения времени.

— Научиться логически мыслить, знать математические обороты.

— Я хочу научиться решать не только математические задачи, но и логические.

— Хочу научиться более простым способом решать задачи, а ещё хочу развить свою логику и мышление.

— Я хочу, чтобы меня научили решать запутанные задачи, и чтобы меня подготовили к олимпиаде.

Что же, в целом, кажется, мы с детьми хотим одного и того же. Значит, нам по пути! К тому же многие дети пишут с формулиров-

кой «хочу научиться...», т. е., можно полагать, готовы сами прикладывать усилия. И это радует.

Чем кружки отличаются от школьных уроков?

На уроках математики учат складывать, вычитать, умножать, делить. Сначала идут натуральные числа, затем дроби, отрицательные числа и т. д. Школьников учат решать пропорции, высчитывать проценты, раскрывать скобки, раскладывать на множители, решать уравнения и неравенства. Это техническая сторона дела. Математика предлагает огромный набор средств! А вот для чего служат эти средства, где и как их можно использовать, на наш взгляд, уроки математики обычно раскрывают недостаточно. Простой пример из младшей школы: когда-то во 2-м классе ученик прошёл умножение и выучил таблицу умножения. Но в 4-м классе при решении задачи: «В поезде на аттракционах 6 вагончиков по 4 места в каждом. Сколько всего мест в этом поезде?» он рисует вагоны, ставит по 4 точки в каждом вагоне и считает: «Раз, два, три, ..., 24». Здесь ещё можно нарисовать и подсчитать. А что будет в старших классах?

Если тренироваться, тренироваться и тренироваться, постепенно у части учеников, как это ни парадоксально, уходит умение и привычка мыслить на уроках математики. Ребятам остаётся поверить учителю на слово, что то или иное средство работает, и зачастую просто выучить. Разве такое станет интересным? И разве это путь к пониманию математики? Вот и приходится нередко слышать: «А зачем нам это?» В средней и старшей школе формальные алгоритмы, действия по образцу, формулы и теоремы из учебника у многих уже не вызывают ничего, кроме скуки, а иногда и злости. Места на уроках для «оживления» всей этой кладези математической сокровищницы обычно почти не находится, к большому нашему сожалению. И многие дети оказываются попросту лишены представления об интересной, красивой и увлекательной математике. Эту мысль подтверждают и наши разговоры с некоторыми взрослыми людьми, которые говорят: «Жаль, но математику я так и не познал(-а)».

Компенсировать указанные недостатки способны факультативные занятия по математике — **кружки**. При этом как балеринам, гимнастам или музыкантам для достижения успеха имеет смысл начинать свой путь в дошкольном возрасте, так и занятия в математическом кружке своевременно начинать в младшей школе.

Именно в этом возрасте дети наиболее открыты к новому и готовы воспринимать его с горящими глазами.

Представим краткое сравнение математических уроков и кружков в виде таблицы. Конечно, пришлось использовать некоторые вынужденные огрубления (для краткости), ведь не все уроки и не все кружки устроены так, как указано в таблице.

Таблица 1

	Уроки	Кружки
Что самое основное в содержании?	стандартные понятия, определения, алгоритмы, методы, задачи	математическое содержание скрыто в разнообразных увлекательных ситуациях, занимательных заданиях
Чему в первую очередь учат?	вычислять, решать стандартные задачи на определённые темы, использовать изученные понятия и алгоритмы	мыслить, искать, придумывать
Каков путь?	от «теории» (от общего к частному)	от сюжета (от частного к общей идее)
За счёт чего?	преимущественно заучивание и тренировка	открытие, получение опыта, понимание, обобщение

Как мы видим занятие в математическом кружке?

На наших занятиях способ освоения математики не такой, как обычно бывает на уроках: ребята учатся на собственном опыте (и опыте друзей). Они пробуют, придумывают, а не используют готовые образцы (их здесь зачастую просто нет). Входя в класс со словами «Тема сегодняшнего урока — умножение двузначных чисел» или «Решение задач на движение», преподавателю едва ли удастся этим увлечь школьников. Нам представляется важным начинать не с определений и теорий (как это делается в широко распространённой педагогической практике), а с конкретных сюжетов, про которые можно поговорить на понятном детям языке. Ребятам нужно сначала получить из этих сюжетов свой *опыт*: соприкоснуться, погрузиться, попробовать, «пощупать», как устроена та или иная ситуация, закономерность или математический метод. Тогда они лучше поймут *суть*.

На уроках же учитель и учебник в основном дают готовый материал и объясняют, как надо решать задания. Школьники выполняют эти

задания и тренируются. Школьный подход отчётливо иллюстрируют сами ученики, которые при получении задания регулярно испытывают растерянность и говорят: «Секундочку, я посмотрю, как мы такое делали» (и ищут образец в тетрадке или учебнике). К сожалению, подобное встречается очень часто, особенно начиная со средней школы.

Можно сказать, что *работу на наших занятиях мы строим по пути от сюжета (задачи) к «темам», методам и разделам математики, а не наоборот*, как это традиционно бывает на уроках. Задачи служат в первую очередь не почвой для тренировки математических умений и навыков, а почвой для размышлений и поиска нужной математики в различных ситуациях.

Таблица 2

Класс	Уроки	Кружки
0 (дети 6 лет)	Классическая подготовка к школе	Игровая и практическая математика
1—2	основные математические действия, простые учебные задачи, элементы геометрии	игровая и практическая математика (с реальными предметами: монетами, стульями и пр.), занимательные задачи
3—4	основные математические действия, алгоритмы для их выполнения, простые учебные задачи, элементы геометрии	увлекательно-обучающие кружки с занимательными заданиями, играми, фокусами
5—6	дроби, отрицательные числа, отношения, пропорции, проценты, учебные задачи, элементы геометрии	обучающие занимательные кружки (более серьёзное обращение к математическим методам вне школьной программы)
7—8	начало изучения алгебры и геометрии (основы наук)	более строгий научный подход к методам решения нестандартных, олимпиадных задач
9—11	продолжение алгебры и геометрии (углубленное и расширенное изучение наук), начала математического анализа	факультативы, спецкурсы (дополнительные главы математики)

Представим авторский взгляд на развитие двух математических линий (урочной и кружковой) по классам.

На кружках, так же как и на уроках, научная составляющая со временем возрастает, а занимательные элементы и игра постепенно уходят. Из таблицы видно, что в школе на уроках происходит смена и развитие тем, а на кружках скорее развитие форматов ведения занятий, в то время как одна «тема» (метод) может идти сквозной нитью аж с 1-го по 11-й класс (например, чётность или принцип Дирихле).

У нас нет списка изучаемых тем в строго определённом порядке (как это обычно бывает на уроках) и нет конкретных знаний, умений, навыков, которые школьники обязательно должны приобрести после одного конкретного занятия. Однако уже в 3—4 классах на доступном детям языке явно или неявно затрагиваются довольно взрослые темы: чётность, делимость, разложение числа на множители, свойства геометрических фигур, симметрия, графы, комбинаторика, инварианты, принцип Дирихле и другие.

Отдельно хотим отметить, что на наши математические кружки может прийти любой ребёнок, отбора на занятия не предполагается.

Занятия ненавязчиво знакомят ребят со специальным стилем мышления, характерным для математики, дают возможность спокойно привыкать к математическому языку. Школьники постепенно учатся видеть математику в самых разных ситуациях и жизненных сюжетах, корректно применять её. Мы стараемся приучить ребят действовать не по образцам и готовым алгоритмам, а руководствуясь в первую очередь логикой и здравым смыслом. Решить интересную задачу самому, да ещё и своим собственным способом всегда приятно. Большое внимание мы уделяем тому, чтобы дети учились **удобно рисовать задачу**, удобно и наглядно отмечать данные, делать подходящую схему или таблицу. Всё это пригодится не только в дальнейшем математическом образовании, но и в жизни вообще.

Немного о психологических аспектах работы с группой

В любом коллективе, в любой группе (в том числе и на кружке) возникают ситуации взаимодействия друг с другом. Достаточная свобода на занятиях способствует проявлению ряда психологических моментов, работать с которыми, по нашему мнению, важно не только для самих занятий, но и в целом для совершенствования общения, для жизни.

1. Слушать и понять другого. Частая история на занятиях: «А можно я расскажу своё решение?», «Нет, можно я?». При этом в то же время, возможно, высказывает или только что высказал свою идею другой участник кружка. Обычно дети хотят высказаться гораздо больше, чем слушать. Но кто же тогда будет слушать? И для чего говорить, если никто никак не реагирует на сказанное? Мы отходим от того, чтобы реагировал («согласен», «сомневаюсь», «я не понял, что ты имел в виду...») только преподаватель, и побуждаем детей это делать. Вышеупомянутые вопросы полезно задавать ребятам и регулярно обращать их внимание на слушание друг друга. Младшим школьникам ещё сложно чётко и лаконично формулировать свои мысли, поэтому слушать их бывает действительно сложно. И здесь важна помощь преподавателя в организации общения и понимании говорящего, перефразировании, резюмировании.

2. Реагировать на идеи других, аргументировать. У других ребят можно и нужно учиться, присматриваться к их идеям, внимательно и вдумчиво к ним относиться, критически рассматривать и «впитывать», присваивать полезные ходы мысли. Учиться можно и нужно не только у преподавателя, но и у «коллег» по группе.

3. Культура спора. Многие задания побуждают высказывать разные мнения по поводу одной и той же ситуации: «Распилов должно быть 5!» «Нет, их должно быть 6!». «Давайте не просто называть свои варианты, а пытаться спокойно объяснять», — говорим мы детям. Но как им быть? Собрать все силы, чтобы убедить другого в своей правоте? Или внимательно прислушаться к доводам другого? Скатываемся на личности («ты ничего не понял!») или держимся в рамках содержания спора? Дети действуют по-разному. Нам представляется важным и уместным по мере возможности обучать культуре спора и на наших кружках.

4. Справляться с трудностями, идти в своём темпе, в то время как рядом сидят те, кто сделал быстрее/больше, **по-человечески принимать успех и неуспех** в решении. Этот аспект актуален в связи с тем, что многие задания сами по себе сложны для младших школьников. Здесь занятие кружка не предоставляет больших возможностей для работы (так как это довольно глубокие вещи), но хотя бы поддержать тех, кому трудно, а также спокойно обозначить неприятное для других поведение (когда, например, быстрее всех сделал и стал унижать, обзывать других, хвастаться, задаваться) преподавателю можно и, пожалуй, нужно.

В чём особенность наших заданий и как построены подборки задач?

Мы представляем в этой книге 8 подборок заданий, каждая из которых предназначена для проведения одного полноценного занятия. Они не имеют чётких возрастных рамок, так как не привязаны к той или иной школьной программе, и хорошо сочетаются с любым учебно-методическим комплектом, используемым в школе. Многие из заданий при желании можно предлагать ребятам с 1 по 11 класс и даже взрослым. Однако условно такие задания мы здесь относим к 3—4 классу (9—11 лет), так как из школьных умений они требуют по сути только владения арифметическими операциями и представления об основных геометрических фигурах.

За многие годы ведения занятий задачи тщательно отбирались из разных источников и фольклора, переосмыслились, изменялись, сочинялись новые на их основе, а также придумывались некоторые совсем новые. В итоге тексты многих заданий написаны авторами. Они были многократно опробованы при проведении математических кружков в московских школах.

В целом задачи постепенно усложняются от занятия к занятию, поэтому мы рекомендуем пользоваться подборками по порядку. В каждой подборке есть простые и сложные задания. В некоторых случаях мы приводим вопросы разного уровня сложности.

Самые трудные вопросы мы поместили знаком .

Задания в наших подборках максимально разнообразные, затейливые сюжеты, и они специально скомпонованы не по темам и типам. Мы не включили в подборки задания на чистые вычисления и классические учебные задачи, так как им уделяется много времени на уроках. Для книжки мы выстроили задания специальным образом. В каждой подборке есть блиц-опрос с задачками-ловушками (рубрика РАЗМИНКА), геометрическое, игровое задание или математический фокус (рубрики ИГРА и ФОКУС), творческое «изобретательское» задание, задание на догадку (рубрика ЭВРИКА!). Для наглядности рубрики помечены значками:



— РАЗМИНКА



— ИГРА



— РАЗЫГРЫВАНИЕ, ИНСЦЕНИРОВКА



— РАЗРЕЗАЛКА



— ФОКУС



— ЭВРИКА!

Отличительной особенностью занятий является активное использование для обучения стратегических математических игр и фокусов. В нашей коллекции их много, в эту книгу вошли лишь несколько самых простых. В некоторые подборки включены задания на интуицию или чутьё, лингвистические, логические задания и разные другие.

Вкратце опишем, из чего состоят наши подборки, приведённые в книге. Каждая подборка начинается с разминки и заканчивается рубрикой «Эврика». Остальное отражено в таблице.

Таблица 3

Структура комплектов

Занятие	Игра или фокус	Разыгрывание, инсценировка	Прочие особые задания	Количество заданий на совместное обсуждение
1	игра		разрезалка, лабиринт	4
2	фокус		раскраска	4
3	игра		интуиция	5
4	фокус		шифровки, задача со спичками, на составление схемы	3
5	игра		разрезалка, комбинаторика	5
6	фокус		принцип Дирихле, практикум, задача со спичками	4
7	игра		графы, быстрый счёт, интуиция	5
8	фокус		лабиринт, задача на составление схем, магический квадрат	5

Благодаря балансу лёгких и сложных заданий, возможности варьировать степень погружения в задачу (от поверхностного уровня

до уровня обобщения и глубокого исследования), а также возможности изменять структуру занятия наши подборки позволяют работать с разноуровневыми группами.

Для удобства проведения занятий мы отдельно приводим готовые комплекты с заданиями и картинками, которые можно выдавать детям, а также ответы в конце книги.

Однако в кружке задание — это лишь начало, повод для разговора, а самое интересное и важное начинается в процессе его выполнения и обсуждения. И здесь большую роль играет преподаватель.

Как дети решают задачи?

Маленький ребёнок может ненадолго взять игрушку в руки и отложить её, а может повертеть в руках, понажимать кнопочки, пошуршать, разобрать на детали и тщательно изучить. Так и с задачами (нестандартными): можно прочитать, назвать некий ответ («28. Правильно?») или же моментально сдаться. А можно рассмотреть со всех сторон, попробовать, искать, исследовать и углубляться.

А почему некоторые дети быстро сдаются? Для начала текст задачи нужно понять и осознать. Это не всегда так просто, как может показаться. После этого начинается процесс поиска путей решения, иногда длительный. Задача не обязана решиться моментально, по щелчку. Об этом мы говорим с детьми в начале занятий.

Процесс решения нестандартной задачи можно сравнить с блужданием по лабиринту. Одно и то же задание можно выполнить разными способами. Некоторые из них ведут в тупик (см. рисунок), и дальше продвинуться не представляется возможным. А другие пути рано или поздно приводят к верному ответу. Для нас же важен не сам ответ, а **пути** решения и процесс их поиска! Поэтому мы спрашиваем: «А почему?» или «Как ты это получил(-а)?»



Как можно проводить занятия?

Преподавателям или родителям, желающим провести занятия по нашим подборкам или включить их элементы в свои уроки, мы предлагаем прежде всего самим подумать над приведёнными заданиями, а также ознакомиться с разделом «Как можно работать с заданиями?».

Для занятий с одним ребёнком (вне группы) можно предложить решать задачи из подборок по порядку, так как в каждой подборке задачи в целом выстроены от простого к сложному. Ребёнок может сам пробовать решать задачи, однако гораздо полезнее вести диалог со взрослым, обсуждая идеи, варианты решений, непонятные или сложные моменты.

Остановимся подробнее на занятиях **с группой** школьников, которые мы называем математическим кружком.

Желательно, чтобы учащихся в группе было не очень много, не более двенадцати, тогда можно будет уделить внимание каждому. Но возможна работа и с большими группами, до тридцати человек, и у авторов есть такой опыт. Плюс групповых занятий в том, что ребёнок участвует в обсуждении задач со сверстниками, встречается с другими детскими точками зрения, вопросами и идеями, играет в стратегические игры с ровесниками.

Занятие кружка длится от 40 до 60 минут и проходит обычно один раз в неделю. При подготовке к занятию конкретный комплект задач для него может быть изменён преподавателем в зависимости от состава, уровня, возраста, мотивации и даже настроения группы. Преподавателю можно ориентироваться на то, что неопытные школьники могут полноценно решить и понять за 60 минут всего 4—5 заданий, а опытные и более старшие могут и за 40—45 минут сделать все 8 и попросить ещё.

Опишем один из вариантов проведения занятий по предлагаемым подборкам. Часть занятия условно можно назвать **«совместной» или «коллективной»**. Для интригующего и позитивного старта занятия мы предлагаем в начале каждой подборки разминку-блиц, в которой ребята столкнутся с простыми вопросами, но с ловушками. Такая разминка побуждает школьников к внимательному и вдумчивому слушанию условий. Продолжить можно несложной задачкой № 2, с которой практически все могут справиться и почувствовать успех. При этом в заданиях под номером 2 есть что

обсудить. Затем, сохраняя позитивный настрой, ребята могут сосредоточиться на двух-трёх задачах посложнее. Мы предпочитаем в начале занятия самостоятельно рассказывать условия заданий, а не выдавать их детям в печатном виде. При этом кто-либо из учеников или учитель может фиксировать на доске ключевые моменты условия.

В «совместной» части занятия мы предлагаем обсуждать идеи и разбирать озвучиваемые варианты решений всей группой вместе. Для этого можно выбирать задачи из подборок, отмеченные в разделе «Как можно работать с заданиями?» значком , так как эти задачи обычно подразумевают достаточное количество поводов для обсуждения.

Для смены формата работы и деятельности мы предлагаем в некоторых заданиях (они отмечены значком ) сюжеты, которые можно инсценировать с детьми, а также любимые детьми математические фокусы или стратегические игры. Ребята не просто играют или наблюдают за фокусом, они размышляют над довольно сложными вещами, такими как математический секрет фокуса или выбор верной стратегии для гарантированной победы в игре. Всё это стоит делать с обсуждением, углубляясь настолько, насколько позволяет уровень группы и время. Игра или фокус вместе с обсуждением обычно занимает не меньше 15 минут.

Как показывает практика, стратегические игры — один из самых интересных для ребят элементов занятия. Сначала ученикам можно предложить поиграть с преподавателем и друг с другом (значок ) и в процессе игр искать способ, который позволит всегда выигрывать.

В определённый момент занятия можно раздать ученикам листки с заданиями и дать каждому ребёнку возможность поразмышлять над ними самостоятельно, в своём темпе. Наиболее подходящие для индивидуального решения задания отмечены значком . Эту часть занятия условно назовём «индивидуальной». Хотя не исключён и вариант работы в парах (по крайней мере, для желающих). Преподаватель может подходить и отвечать на вопросы, связанные с условиями, выслушивать идеи решения, а также при необходимости озвучивать всей группе или отдельным ученикам подсказки, наво-

дящие, развивающие и каверзные вопросы, иногда указывающие на противоречия, ошибки или несостоятельность идей. Варианты таких вопросов () и подсказок предлагаются в разделе «Как можно работать с заданиями?». У преподавателя, разумеется, для каждой задачи или игры, предлагаемой на занятии, имеется представление о её математической подоплёке, порой весьма глубокой. Задача предстаёт как вершина айсберга, а преподаватель видит весь айсберг или хотя бы большую его часть.

Если многие ребята не справились с задачей даже после наводящих вопросов, желательно рассмотреть её у доски, причём с активным участием учеников, которые продвинулись в решении или наиболее логично и понятно для всех могут объяснить свой путь размышлений. Особенно «богатые» на обсуждение после индивидуального решения задачи отмечены двумя значками  , .

Если не все задания были решены на занятии, то это даже хорошо. Ведь если на занятии школьник заинтересовался каким либо заданием, но не решил, то он с большой вероятностью продолжит размышлять над ним дома, с друзьями или родителями: срабатывает психологический эффект незавершённого действия. На роль такого задания в наших подборках претендует задача №8 (рубрика «ЭВРИКА!»), которая представляет собой задание на догадку. Всё, что дети не успели решить на занятии, они могут (но не обязаны) порешать дома. На следующем занятии полезно уделить немного времени оставшимся с прошлого раза задачам, рассмотреть предложенные ребятами идеи. Это можно делать, например, после разминки и простой задачи.

Процесс проведения занятия в группе стоит сделать по возможности более живым и интригующим! Такие **детские эмоции**, как радость, веселье, удивление, ощущение невероятного, чудесного, красивого, создают благоприятный фон для занятия и способствуют восприятию, усвоению, а также развитию интереса. Мы предоставляем ученикам достаточную свободу мысли и высказываний, что помогает им активно и с удовольствием заниматься, а это со временем отразится на умении решать нестандартные задачи, мыслить не по шаблону, ориентироваться в необычных ситуациях.

Итак, пора приступить!