

ВВЕДЕНИЕ

*Пугает математика людей,
покуда они в ней не разглядели
того, что она есть на самом деле, —
игра ума и музыка идей.*

Какие ассоциации вызывает у большинства людей слово «математика»? Первыми, наверное, приходят на ум такие слова, как «вычисления», «формулы», «сложно». На первый взгляд это кажется обоснованным: откройте любую математическую книгу — сплошь те самые формулы, вычисления, и всё так сложно... Но задумаемся — какова природа этой сложности? Откуда она берётся и зачем?

Возьмём, к примеру, стиральную машину. Сейчас она есть в каждом доме, но ещё сравнительно недавно стирали руками, а главной помощницей в этом была стиральная доска. Стиральная машина — довольно сложное и дорогое электромеханическое устройство, она во много-много раз сложнее и дороже рифлёной доски, но эта сложность полностью окупается тем, что машина избавляет нас от большого количества тяжёлой рутинной работы. Точно так же и почти любая математическая формула — да, она сложна, но на самом деле она придумана только ради того, чтобы что-то упростить!

Классический пример — формула суммы всех натуральных чисел от 1 до n . По легенде, учитель арифметики в классе, где учился маленький Гаусс, решил однажды занять чем-нибудь детей на весь урок (может быть, у него была очень интересная книжка и ему не терпелось узнать, что там дальше). Поскольку дети были маленькие, первое, что пришло ему в голову, — поручить им сложить все числа от 1 до 100. Ну что ж, операция сложения всем понятна, и дети сразу закрипели перьями.

Все, кроме Гаусса, который стал не складывать, а думать. И вскоре заметил, что если записать под рядом чисел такой же ряд в обратном порядке, то в каждом столбике получится одинаковая сумма 101:

1	2	3	...	100
100	99	98	...	1
101	101	101	...	101



Иоганн Карл Фридрих Гаусс (1777–1855)

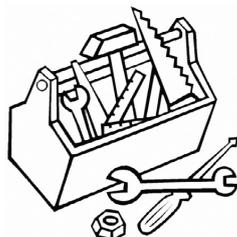
А отсюда уже остаётся один шаг до известной формулы для суммы натуральных чисел от 1 до n .

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Если не знать, зачем она нужна, то это просто какая-то алгебраическая формула с переменной, что выглядит сложнее, конечно, чем арифметическое действие. Но эта «сложность» позволяет радикально упростить задачу не только количественно, но и качественно: ведь трудоёмкость сложения ряда чисел растёт прямо пропорционально величине последнего числа (до ста мы за полчаса посчитаем, до тысячи — рабочий день потратим, а до миллиона или ещё больше?), а по формуле — всегда одни и те же действия.

Когда нам надо решить какую-либо задачу (шире говоря — проблему, и не только математическую), нашей целью должно быть не только получение правильного ответа, но и достижение этого наиболее коротким и простым путём. Важность последнего, к сожалению, часто недооценивают. К этому отчасти подталкивает и то, что критерием школьной оценки знаний и навыков являются верные решения, а не то, как именно они достигнуты. Но ведь сложность и трудоёмкость решения любой проблемы — это, так сказать, его «себестоимость», и надо стремиться к её снижению. Результата можно добиваться по-разному, но в выигрыше тот, кто сделает это самым эффективным способом.

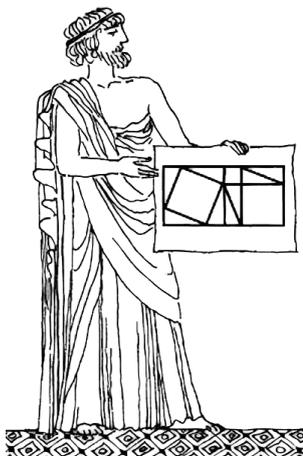
В голове у математика должен быть, образно говоря, «ящик с инструментами». Встречаясь с какой-то неизвестной задачей, он открывает этот ящик и выбирает нужный инструмент.



Математика прежде всего учит (точнее, должна учить) как раз этому — поиску оптимальных решений. Главными помощниками в этом являются определённые идеи, методы или «инструменты» математического мышления (некоторые из них — мышления вообще). В голове у математика должен быть, образно говоря, «ящик с инструментами». Встречаясь с какой-то неизвестной задачей, он открывает этот ящик и выбирает нужный инструмент. Иногда сразу ясно, какой нужен в данном случае, а иногда придёт некоторое время подбирать, пробовать разные инструменты, пока наконец какой-то из них не подойдёт. И конечно, нужно не только иметь инструменты, но и уметь с ними обращаться.

Главный смысл математики и науки вообще — делать сложное простым или невозможное возможным. Именно поэтому девизом науки на все времена стало восклицание Архимеда «Эврика!» Вы, наверное, знаете эту историю — перед Архимедом стояла задача непомерной вычислительной сложности, но вдруг он догадался, как решить её достаточно просто. Хотя математика и ассоциируется с вычислениями, но математики — вовсе не «бухгалтеры», они не очень-то любят много считать, а наоборот — пытаются избежать рутинных вычислений, как-то их обойти. Маленький Гаусс, будущий «король математиков», мог, конечно, как минимум не хуже и не медленнее своих сверстников проделать 99 операций сложения, но предпочёл подумать и найти другой путь.

Это главный признак настоящего математического мышления. Впрочем, почему «математического»? Это признак вообще правильного и эффективного мышления, которое требуется вовсе не только для решения математических задач. Михаилу Ломоносову приписывается знаменитая фраза: «Математику уже затем учить следует, что



Математика — это не только наука о числах и фигурах и поставщик вычислительного аппарата для всех областей, где он требуется; это очень важная часть человеческой культуры. Это кладезь шедевров человеческой мысли, не менее прекрасных и не менее значимых, чем великие произведения искусства.

она ум в порядок приводит», т. е. учит логично, точно, рационально и упорядоченно думать. Поэтому математика и считается одним из важнейших предметов в школе, изучается с первого до последнего класса, а экзамен по математике входит в число обязательных.

Однако, к сожалению, эта цель обучения математике как-то теряется из виду в потоке изучаемых по программе тем. Пока они просты, пока идёт наработка необходимой всем без исключения базы («читать, писать, считать»), это не страшно. Но позднее дело доходит до дискриминанта, логарифма, синуса... И у тех, кто не нацелен на технический вуз, возникает вопрос «Зачем?», но на него никто толком не отвечает.

Эта книжка адресована ученикам 5–7 классов, а по моим наблюдениям, именно в этом возрасте, в середине школьного «марафона», важно не упустить самое главное — развитие мышления. Важно полюбить думать, не потерять способность восхищаться красивыми решениями и радоваться, когда находишь их сам.

Математика — это не только наука о числах и фигурах и поставщик вычислительного аппарата для всех областей, где он требуется; это очень важная часть человеческой культуры. Это кладезь шедевров человеческой мысли, не менее прекрасных и не менее значимых, чем великие произведения искусства.