

Предисловие

Задачи о спортивных соревнованиях регулярно появляются на математических олимпиадах. Двое из авторов этой брошюры попытались собрать наиболее интересные и характерные задачи такого содержания в брошюре «Математика турниров», изданной в 2009 г. и переизданной под названием «Математика соревнований» в 2018 г. (см. список литературы в конце предисловия.) Данное издание пересекается с ней по содержанию, но имеет другую цель: авторы предназначают его *для использования в математических кружках*, рассчитывая на достаточно широкий контингент школьников.

Предлагаемые задачи могут составлять темы отдельных занятий или использоваться в рамках других тем, например, таких как «Графы», «Принцип Дирихле», «Суммирование двумя способами» и др. Здесь может принести пользу *указатель задач по темам в конце брошюры*.

Мелким шрифтом набраны пояснения для руководителя занятия. Основной материал разбит на 6 занятий. Их можно ставить подряд или вразбивку, между занятиями другого содержания (или, скажем, дать два занятия по турнирам подряд, а остальные вразбивку). Это может способствовать поддержанию интереса к теме турниров. В большинстве случаев задачи разных занятий решаются независимо друг от друга, поэтому порядок занятий в принципе можно менять.

Номер задачи состоит из номера занятия и номера задачи в занятии, разделённых точкой. В каждом занятии вначале идут задачи, рекомендуемые для решения и разбора непосредственно на кружке, причём после каждой из них приводится ответ и решение, а нередко также комментарии к методу решения. Далее идут задачи для самостоятельного решения. Ответы и решения к ним приводятся после списка этих задач. Отдельный раздел содержит дополнительные задачи. После каждого занятия приведён список дополнительных задач, которые можно добавить к материалу занятия. С другой стороны, часть задач

можно при необходимости снять. *Главное — не количество решённых задач, а усвоение идей и приёмов, лежащих в основе решения.*

В конце брошюры приведён раздаточный материал, который состоит из задач каждого занятия на отдельных листках.

Дальнейшие сведения по математике турниров можно найти в литературе, указанной в конце предисловия.

Задачи о турнирах, как правило, наглядны по формулировке, и их решение требует сообразительности, а не каких-то специальных знаний. Поэтому мы не указываем класс школы, для которого предназначена та или иная задача. Простейшие из них заведомо доступны начиная с 5 класса.

Занятие 1 ориентировано преимущественно на 5–7 классы, а занятие 4 на старшие классы. Задачи с произвольным числом участников, партий и т. п. можно давать и с конкретными числами, в особенности в младших классах, где очень существенна наглядность формулировки.

На первом занятии нужно напомнить простейшие понятия, связанные с турнирами (турнирная таблица, системы организации турниров и начисления очков.)

Турнир — это в принципе любое соревнование, где количество участников больше двух. Содержание турнира может быть самым разным: футбол, шахматы, решение математических задач и т. д. Для нас сейчас важно другое: схема организации турнира и подсчёта очков.

Широко распространены *однокруговые турниры*, когда каждый участник встречается с каждым один раз — играет с ним один *матч (партию)*. О таких турнирах чаще всего и идёт речь в этой книжке. Бывают и *многокруговые турниры*, когда каждая пара участников встречается несколько раз. Чаще всего за выигранную партию начисляется 1 очко, за ничью пол-очка, за проигрыш 0 (*шахматная система подсчёта очков*). Такая система обычно подразумевается в дальнейшем. В некоторых видах соревнований за победу начисляется 2 очка, за ничью 1, за проигрыш 0. А в *футболе* за выигрыш начисляется 3 очка, за ничью 1, за проигрыш 0. В последнее время в *волейбольных* турнирах, если встреча заканчивается со счетом 3 : 0 или 3 : 1, то выигравшая команда получает 3 очка, а проигравшая 0, если же игра закончилась со счетом 3 : 2, то

2 и 1 очко соответственно. Турниры по «большому» и настольному теннису имеют ту специфику, что в них невозможны ничьи. Бывают и другие схемы организации турниров. В частности, при *кубковой*, или *олимпийской системе* (см. занятие 6) турнир состоит из нескольких туров, в каждом из которых участники проводят по одной встрече и проигравший «вылетает» (если в туре участвует нечётное число спортсменов, то один из них по жребию «отдыхает» и проходит в следующий тур).

Сумма очков, набранных спортсменом во всех партиях, является его *результатом*. Отдельную партию называют *результативной*, если она закончилась победой одного из участников, и *ничейной* в противном случае.

Итоги турнира оформляются в виде *турнирной таблицы*. Каждая её строка и каждый столбец соответствует одному из игроков (участников турнира). На пересечении какой-либо строки А и столбца Б стоит результат встречи игрока А с игроком Б. (В некоторых задачах вы увидите и другие таблицы, где, например, указано количество забитых и пропущенных мячей.)

Перечисленные термины дальше употребляются, как правило, без пояснения.

Авторы благодарны А. Д. Блинкову за дополнительный материал и ценные замечания, позволившие значительно улучшить брошюру.

Использованная литература

1. Блинков А. Д. *До финала* // Квант. — 2022. — № 2. — С. 46–47.
2. Блинков А. Д., Горская Е. С., Гуровиц В. М. (составители). *Московские математические регаты. Часть 1*. 1998–2006. — М.: МЦНМО, 2014.
3. Гуровиц В. М., Ховрина В. В. *Графы*. — М.: МЦНМО, 2017.
4. Заславский А. А. *Решение задачи М2623* // Квант. — 2021. — № 1. — С. 27–28.

5. Заславский А. А. *Футбольные и волейбольные турниры* // Квант. — 2017. — № 4. — С. 39–41.
6. Заславский А. А., Френкин Б. Р. *Математика соревнований*. — М.: МЦНМО, 2018.
7. Медников Л. Э. *Чётность*. — М.: МЦНМО, 2016.
8. Медников Л. Э., Шаповалов А. В. *Турнир городов: мир математики в задачах*. — М.: МЦНМО, 2017.
9. Мостеллер Ф. *Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями*. — М.: Наука, 1975.
10. Толпыго А. Ю. *Тысяча задач международного математического Турнира городов*. — М.: МЦНМО, 2010.
11. Фёдоров Р. М., Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К., Яценко И. В. *Московские математические олимпиады 1993–2005 г.* — М.: МЦНМО, 2017.
12. Шаповалов А. В. *Как построить пример?* — М.: МЦНМО, 2018.
13. Шаповалов А. В. *Принцип узких мест*. — М.: МЦНМО, 2017.
14. Шаповалов А. В., Медников Л. Э. *XVII Турнир математических боёв им. А. П. Савина*. — М.: МЦНМО, 2018.

Использованы также материалы турниров им. А. П. Савина прошлых лет и задачи с различных соревнований школьников, опубликованные в Интернете, — см., например,

<http://olympiads.mccme.ru/mmo>,

<http://www.turgor.ru/problems>,

<http://olympiads.mccme.ru/regata>.