

# Оглавление

Предисловие . . . . .	8
<b>Глава 1. Динамика и действие</b>	
Траектории и действие . . . . .	14
1. Частица: вероятность траектории . . . . .	15
2. Тождественные частицы . . . . .	23
2.1. Амплитуда вероятности . . . . .	23
2.2. Перестановка тождественных частиц . . . . .	26
3. Действие . . . . .	29
3.1. Частица и функция Лагранжа . . . . .	29
3.2. Поле: локальный лагранжиан . . . . .	33
4. Принцип наименьшего действия . . . . .	36
Симметрия движения . . . . .	40
5. Теорема Нётер . . . . .	40
5.1. Однородность пространства . . . . .	49
5.2. Однородность времени . . . . .	49
5.3. Изотропность пространства . . . . .	50
6. Инерциальные системы и функция Лагранжа свободной нерелятивистской частицы . . . . .	51
<b>Глава 2. Частицы</b>	
Квантовые пути и классическая механика . . . . .	55
7. Амплитуда вероятности и постоянное действие . . . . .	55
8. Гамильтонова механика . . . . .	61
8.1. Уравнения Гамильтона—Якоби . . . . .	61
8.2. Принцип Гюйгенса и гипотеза де Бройля . . . . .	62
8.3. Уравнения Гамильтона . . . . .	63
9. Квантовые пути . . . . .	64
9.1. Флуктуации свободной квантовой частицы . . . . .	64
9.2. Фейнмановский интеграл по траекториям для свободной частицы . . . . .	68
9.3. Научная фантастика: Как Бог играет в кости? . . . . .	74
9.4. Парадокс Эйнштейна—Подольского—Розена . . . . .	78
9.5. Неравенства и теорема Белла . . . . .	84
Канонические структуры движения . . . . .	92
10. Динамика фазового пространства . . . . .	92
10.1. Скобки Пуассона . . . . .	92
10.2. Канонические преобразования . . . . .	94
10.3. Генераторы бесконечно малых канонических преобразований . . . . .	96
10.4. Генераторы и коммутаторы: каноническое квантование . . . . .	99
10.5. Метод решения уравнений Гамильтона—Якоби . . . . .	101

**Глава 3. Специальные характеристики движения**

Актуальные свойства физических систем . . . . .	103
11. Сферически симметричный потенциал . . . . .	103
12. Замкнутые финитные орбиты . . . . .	105
13. Движение в кулоновском поле . . . . .	109
13.1. Финитное движение (задача Кеплера) . . . . .	112
13.2. Резерфордское рассеяние . . . . .	114
14. Изотропный гармонический осциллятор . . . . .	118
15. Теорема вириала . . . . .	120

**Глава 4. Векторное пространство и тензоры**

Плоское пространство . . . . .	122
16. Евклидово пространство. Векторы, ковекторы, тензоры . . . . .	122
17. Тензор Леви-Чивиты . . . . .	133
Симметрии метрики . . . . .	143
18. Изометрии евклидовой метрики . . . . .	143
19. Волновое уравнение, инвариантная скорость и изометрия . . . . .	146
19.1. Действие свободной релятивистской частицы из теоремы Нётер . . . . .	153
19.2. Энергия, импульс, 4-скорость . . . . .	156

**Глава 5. Основы дифференциальной геометрии**

Операции дифференцирования . . . . .	158
20. Градиент, дивергенция, ротор . . . . .	158
20.1. Ковекторный оператор $\nabla$ . . . . .	158
20.2. Дифференцирование в сферических координатах при па- раллельном переносе . . . . .	160
21. Дифференцирование в криволинейных координатах . . . . .	165
21.1. Производная Ли по направлению . . . . .	165
21.2. Ковариантная производная . . . . .	168
21.3. Векторы Киллинга . . . . .	175
22. Ковариантные уравнения Эйлера—Лагранжа и принцип экви- валентности масс . . . . .	176
23. Тензор Римана . . . . .	182
Инвариантные интегралы . . . . .	187
24. Интегрирование по ориентированной поверхности . . . . .	187
24.1. Теорема Гаусса . . . . .	187
24.2. Теорема Стокса . . . . .	188
25. Внешний дифференциал . . . . .	190
25.1. Ориентированная площадь и внешнее произведение . . . . .	190
25.2. Внешнее дифференцирование . . . . .	193
25.3. Ориентированный объем в криволинейных координатах . . . . .	196
25.4. Действие Намбу—Гото . . . . .	198
25.5. Действие Полякова для струны . . . . .	199

**Глава 6. Инструменты описания динамики полей**

Общековариантные преобразования . . . . .	201
26. Криволинейная метрика как внешнее поле и закон сохранения энергии-импульса . . . . .	201
Основы ковариантной электродинамики . . . . .	209
27. Уравнения Максвелла . . . . .	209
27.1. Сила Лоренца, суперпозиция полей . . . . .	209
27.2. Закон Кулона . . . . .	209
27.3. Закон сохранения заряда . . . . .	211
27.4. Закон Био—Савара . . . . .	212
27.5. Индукция . . . . .	213
27.6. Магнитные заряды . . . . .	213
27.7. Ток смещения . . . . .	213
27.8. Свободные электромагнитные волны: скорость . . . . .	214
28. Потенциалы ( $\mathcal{A}_0, \mathcal{A}$ ) . . . . .	215
28.1. Первая пара уравнений Максвелла . . . . .	215
28.2. Калибровочные преобразования . . . . .	216

**Глава 7. Группа поворотов и спин**

Трансляции и повороты . . . . .	218
29. Генераторы инфинитезимальных преобразований . . . . .	219
29.1. Трансляции координат . . . . .	219
29.2. Группа поворотов . . . . .	228
29.3. Группа $O(3)$ . . . . .	231
29.4. Спин и общий вид генераторов поворотов при действии на поля . . . . .	232
Генераторы спина как матрицы . . . . .	237
30. Спин $s = 1$ . . . . .	237
30.1. Векторы, ковекторы, линейные операторы и обозначения Дирака . . . . .	237
30.2. Собственные векторы и собственные значения . . . . .	241
30.3. Полнота базиса и измерение среднего значения . . . . .	246
31. Совместный базис двух эрмитовых матриц . . . . .	249
Спиновые операторы и состояния . . . . .	252
32. Квантование спина . . . . .	252
33. Тензорные поля . . . . .	256
34. Разложение приводимых тензоров на неприводимые . . . . .	265
35. Поперечные векторные и тензорные поля . . . . .	266
36. Спин $s = \frac{1}{2}$ . . . . .	268
36.1. Группы $SU(2)$ и $SO(3)$ . . . . .	272
36.2. Спинорная метрика . . . . .	274

**Глава 8. Динамические симметрии действия**

Трансляционная и вращательная симметрии . . . . .	285
37. Тензор энергии-импульса нерелятивистских частиц . . . . .	285
37.1. Баланс энергии . . . . .	287

37.2. Баланс импульса . . . . .	288
38. Тензор орбитального момента . . . . .	289
Симметрии нерелятивистского поля . . . . .	291
39. Скалярное поле амплитуды вероятности траектории . . . . .	291
39.1. Тензор энергии-импульса . . . . .	294
39.2. Глобальная калибровочная инвариантность . . . . .	295
39.3. Локальная калибровочная инвариантность и векторный бозон . . . . .	296
39.4. Дискретные симметрии $P$ и $T$ . . . . .	298
Адиабатический интеграл движения . . . . .	299
40. Квазипериодическое движение в магнитном поле . . . . .	299
40.1. Периодическое движение . . . . .	299
40.2. Теорема Адемолло—Гатто . . . . .	302
40.3. Переменные «действие-угол» . . . . .	304
Диполь в поле электромагнитной волны . . . . .	306
41. Квазиупругий диполь . . . . .	306
41.1. Метод преобразования Фурье . . . . .	307
41.2. Функция Грина классического осциллятора . . . . .	313
41.3. Ряды Фурье . . . . .	316
Динамический векторный интеграл движения . . . . .	319
42. Симметрия в атоме водорода . . . . .	319
42.1. Вектор Рунге—Ленца—Лапласа . . . . .	319
42.2. Скобки Пуассона и симметрия $SO(4)$ . . . . .	321
Динамический тензорный интеграл движения . . . . .	325
43. Изотропный гармонический осциллятор в 3D . . . . .	325
43.1. Комплексная амплитуда колебаний и группа $SU(3)$ . . . . .	325
43.2. Тензор Фрадкина . . . . .	327
Предисловие к приложениям . . . . .	331
<b>Приложение А. Элементарные основы теории вероятностей</b>	
Случайность и вероятность: дискретный случай . . . . .	332
А1. Случайная величина . . . . .	335
А1.1. Событие и серия испытаний: биномиальное распределение . . . . .	335
А1.2. Усреднение . . . . .	338
А2. Распределение Пуассона . . . . .	340
Теория вероятностей: от дискретного к непрерывному . . . . .	347
А3. Непрерывная случайная величина . . . . .	347
А3.1. Гауссов интеграл и формула Стирлинга . . . . .	349
А3.2. Нормальное распределение . . . . .	352
Теория вероятностей: вариации событий . . . . .	355
А3.3. Условная вероятность . . . . .	355
А3.4. Subjective probability . . . . .	356
А3.5. Примеры распределений вероятностей . . . . .	357
А3.6. Неравенства Маркова и Чебышева . . . . .	358
А3.7. Статистика больших чисел . . . . .	359

**Приложение В. Принципы термодинамики**

Основы статистической физики . . . . .	361
В1. Распределение Гиббса . . . . .	361
В1.1. Термодинамическое равновесие . . . . .	361
В1.2. Микроканонический ансамбль . . . . .	362
В1.3. Статистическая сумма и обратная температура . . . . .	365
В1.4. Энергия и энтропия . . . . .	367
В1.5. Газ свободных частиц . . . . .	369
В2. Кванты осциллятора . . . . .	371
В2.1. Распределение Ферми—Дирака . . . . .	372
В2.2. Распределение Бóзе—Эйнштейна . . . . .	373
Литература . . . . .	374
Указатель имён . . . . .	376
Предметный указатель . . . . .	377