Предисловие

Данная книга содержит шесть тематических занятий математического кружка 5–7 классов. В материалы каждого занятия входят: вступительный текст учителя, подробный разбор нескольких задач по теме занятия (включающий решения и комментарии), задачи для самостоятельного решения, решения этих задач с комментариями.

Кроме того, есть раздел «Дополнительные задачи», где даны 75 задач разной сложности на построение примеров (или невозможность построения). Наиболее сложные задачи отмечены звёздочкой *. Для удобства в конце каждого занятия приведён список задач из дополнительного раздела, а также из других занятий, которые могут быть решены с использованием методов текущего занятия. Так как большинство задач может быть решено несколькими методами, одна и та же задача может фигурировать в нескольких списках.

В конце книги приведён раздаточный материал.

По сути, весь текст брошюры рассчитан на учителя, а не на школьника. Нормальный младшеклассник предпочитает решать и обсуждать решения и уж вряд ли станет читать пространные рассуждения на тему «Как можно найти решение» (он скажет: а я решал по-другому). Задача учителя: включить в обсуждение то полезное, что он найдёт в этих текстах.

Особенность брошюры: решения задач и *пути к решению* тщательно разделены. Этим автор хотел подчеркнуть, что в задачах на конструкцию готовое решение (то, что школьник в идеале должен написать) и путь к решению (пояснение, как такое придумать) обычно имеют мало общего. Соответственно, и школьников стоит научить их разделять. Такое разделение полезно, впрочем, и для остальных математических задач.

Первые несколько задач каждого занятия — это фактически примеры для коллективного обсуждения. Сложность их различна: первые обычно — одноходовки, последние школьники, скорее всего, решить не успеют. Но даже если школьникам самим не удаётся быстро найти *нужное* решение, стоит его подсказать, в любом случае — разобрать на доске и показать на его примере работу *приёмов*.

Задачи для самостоятельного решения учителю стоит обсуждать индивидуально со школьниками, так или иначе продвинувшимися в их решении.

Соглашение о формулировках. Если в условии требуется *построить*, *разрезать*, *расставить*, то поиск *всех возможных вариантов не требуется* (а если он нужен, это специально оговаривается).

Автор благодарен С. Р. Когаловскому, общение с которым помогло ему прийти к пониманию необходимости разделять *решение* и *путь к решению*, и Л. Э. Медникову — за несколько ярких задач, внимательное прочтение книжки и комментарии, способствовавшие существенному улучшению её текста.

Введение

Как можно определить, есть у младшего школьника творческие способности к математике или нет? Надо дать ему нестандартную задачу. Почти наверняка в ней надо придумать какую-то конструкцию. Все мы помним такие задачи с детства: про волка, козу и капусту, разрежь и сложи, нарисуй, не отрывая карандаша от бумаги, расставь числа в кружочки. Оказывается, умение придумать не слишком зависит от оценки по «обычной» школьной математике. И понятно почему: традиционная оценка прежде всего оценивает умение применять *заранее выученные* приёмы в более-менее *стандартных* ситуациях. Это похоже на открывание двери, и цель обучения часто понимается так: дать ученику связку из как можно большего числа ключей и научить быстро выбирать нужный. Это, конечно, важный аспект обучения, но он не должен быть единственным, особенно при обучении математике.

Ведь в жизни попадаются *лёгкие*, *но не стандартные* задачи, когда надо что-то сделать, а готового рецепта «как сделать» нет. Ну не нашлось в связке подходящего ключа, а войти надо. Придётся что-то придумать...

Решение задач на построение примеров эту способность придумывать поддерживает и развивает.

Но ведь придумывать надо не только в математике. Придумывают учёные и поэты, шахматисты и цирковые артисты, бизнесмены и политики. Какое отношение такие задачи имеют собственно к обучению математике? Ведь главное, что отличает математику от других видов деятельности, — строгий стандарт доказательств. А тут придумал пример, один из многих, и доказывать ничего не надо?! Эдак не отличишь невежду от хорошо обученного школьника...

Подобные опасения лежат в основе кружковых программ, где умение строить конструкции рассматривается как своего рода «детская болезнь», от которой надо мягко, но настойчиво лечить.

Автор с таким подходом решительно не согласен. Во-первых, в задачах на конструкции математики ничуть не меньше. Во-вторых, научный опыт автора показал, что создание конструкций при поиске доказательств в «высокой математике» требуется ничуть не меньше, чем применение теорем. В конце концов, любое доказательство само по себе является конструкцией! Наконец, бо́льшая часть школьников вовсе не станут профессиональными «чистыми» математиками. Более вероятно, что они будут применять свои знания и навыки в прикладной математике, программировании, других науках и вне науки. Так давайте учить их так, чтобы им эти навыки пригодились в любом случае.

В частности, будем учить их придумывать примеры так, чтобы изобретательность как минимум сохранялась, а строгость ей не только не мешала, но чем дальше, тем больше помогала. В решениях автор старался показать, что классические кружковые темы «Чётность», «Принцип Дирихле», «От противного», «Решение с конца» с тем же успехом работают при построении примеров, что и при доказательстве невозможности.