

# Оглавление

Предисловие	6
Литература	6
Часть 1. Теория гомотопий	
§1. <i>Необходимые сведения из общей топологии</i>	7
1.1. Основные понятия	7
1.2. Категории и функторы	11
1.3. Произведения и копроизведения, декартовы и кодекартовы квадраты	11
1.4. Топология на пространстве отображений	15
§2. <i>Операции над топологическими пространствами</i>	18
2.1. Конус, надстройка и джойн	18
2.2. Пространства с отмеченной точкой	19
2.3. Пространства путей и петель	20
§3. <i>Гомотопии и гомотопические эквивалентности</i>	21
§4. <i>Клеточные пространства</i>	23
4.1. Определение и примеры	23
4.2. Свойство продолжения гомотопии	28
4.3. Теорема о клеточной аппроксимации	31
§5. <i>Фундаментальная группа</i>	36
5.1. Определение и основные свойства	36
5.2. Зависимость от отмеченной точки	38
5.3. Фундаментальная группа окружности	39
§6. <i>Теорема ван Кампена</i>	42
6.1. Свободное произведение групп	42
6.2. Формулировка и доказательство теоремы	44
6.3. Фундаментальная группа клеточного пространства	48
§7. <i>Накрытия</i>	52
7.1. Определение и примеры	52
7.2. Свойство поднятия гомотопии	52
7.3. Накрытия и фундаментальная группа	54
7.4. Теорема о поднятии отображений	55
7.5. Универсальное накрытие	56
7.6. Классификация накрытий	58

7.7. Графы, свободные группы и теорема Нильсена—Шрайера. . .	59
§ 8. <i>Расслоения</i>	61
8.1. Локально тривиальные расслоения. Свойство поднятия гомотопии . . . . .	61
8.2. Расслоения в смысле Гуревича и Серра . . . . .	64
8.3. Расслоения и корасслоения. Теорема факторизации . . . . .	65
§ 9. <i>Гомотопические группы</i>	69
9.1. Определение. Коммутативность . . . . .	69
9.2. Относительные гомотопические группы. Точная последовательность пары . . . . .	71
9.3. Гомотопическая последовательность расслоения. . . . .	73
9.4. Теорема Уайтхеда. . . . .	75
Часть 2. Теория гомологий	
§ 10. <i>Симплициальные гомологии</i>	80
10.1. Симплициальные комплексы и триангуляции . . . . .	80
10.2. Полусимплициальные комплексы . . . . .	82
10.3. Симплициальные гомологии . . . . .	84
§ 11. <i>Сингулярные гомологии</i>	86
11.1. Определение и первые свойства . . . . .	86
11.2. Функториальность и гомотопическая инвариантность . . . . .	88
11.3. Длинная точная последовательность гомологий. . . . .	91
11.4. Относительные группы гомологий и точная последовательность пары . . . . .	93
11.5. Теорема вырезания и её следствия . . . . .	94
11.6. Доказательство теоремы вырезания. . . . .	96
11.7. Точная последовательность Майера—Вьеториса. . . . .	101
11.8. Эквивалентность симплициальных и сингулярных гомологий	101
§ 12. <i>Клеточные гомологии</i>	105
12.1. Клеточный цепной комплекс и его гомологии . . . . .	106
12.2. Явный вид граничного гомоморфизма . . . . .	108
12.3. Эйлерова характеристика . . . . .	110
§ 13. <i>Гомотопические группы и группы гомологий</i>	111
13.1. Фундаментальная группа и гомологии . . . . .	111
13.2. Слабая гомотопическая эквивалентность и клеточная аппроксимация . . . . .	114
13.3. Теорема Фрейденталя о надстройке . . . . .	116
13.4. Доказательство теоремы вырезания. . . . .	118
13.5. Гомотопические группы клеточных пространств . . . . .	121
13.6. Стабильные гомотопические группы . . . . .	122

Оглавление	5
13.7. Произведение Уайтхеда и произведение Самельсона . . . . .	123
13.8. Гомоморфизм Гуревича, теорема Гуревича и теорема Уайтхеда . . . . .	125
§ 14. <i>Гомологии с коэффициентами и когомологии</i>	130
14.1. Определения и основные свойства . . . . .	130
14.2. Коэффициентные точные последовательности . . . . .	133
14.3. Функторы Tor и Ext . . . . .	134
14.4. Формулы универсальных коэффициентов . . . . .	136
§ 15. <i>Кольцо когомогий</i>	140
15.1. Произведение Колмогорова—Александера . . . . .	141
15.2. Относительные произведения и $\times$ -произведение . . . . .	143
15.3. Клеточное определение умножения . . . . .	144
15.4. Формула Кюннета . . . . .	145
15.5. Кольца когомогий тора и проективных пространств . . . . .	149
§ 16. <i>Двойственность Пуанкаре</i>	152
16.1. Гладкие и топологические многообразия . . . . .	152
16.2. Группы локальных гомологий. Ориентация. Фундаментальный класс . . . . .	153
16.3. Степень отображения многообразий . . . . .	157
16.4. $\smile$ -произведение и изоморфизмы двойственности . . . . .	157
16.5. Когомологии с компактными носителями . . . . .	158
16.6. Связь с умножением. Сигнатура . . . . .	162
16.7. Двойственность для многообразий с краем . . . . .	164
Предметный указатель	168