

Введение

В настоящее время традиционный взгляд на состав предметов, изучаемых школьниками, пересматривается и уточняется. В школьную программу вводятся различные новые предметы. Одним из таких предметов является логика.

Изучение логики способствует пониманию красоты и изящества рассуждений, умению рассуждать, творческому развитию личности, эстетическому воспитанию человека. Каждый культурный человек должен быть знаком с логическими задачами, головоломками, играми, известными уже несколько столетий или даже тысячелетий во многих странах мира. Развитие сообразительности, смекалки и самостоятельности мышления необходимо любому человеку, если он желает преуспевать и достигнуть гармонии жизни.

Наш опыт показывает, что систематическое изучение формальной логики или фрагментов математической логики следует отложить на старшие классы средней школы. Вместе с тем, развивать логическое мышление необходимо как можно раньше. Фактически, при изучении учебных предметов в школе рассуждения и доказательства появляются лишь в 7 классе (когда начинается систематический курс геометрии). Для многих учеников резкий переход (не было рассуждений — стало много рассуждений) непосильно тяжел. В курсе развивающей логики для 5–7 классов вполне можно научить школьников рассуждать, доказывать, находить закономерности. Например, при решении математических ребусов надо не только угадать (подобрать) несколько ответов, но и доказать, что получен полный список возможных ответов. Это вполне посильно пятикласснику.

Но в процессе преподавания логики в 5–7 классах средних школ учителя сталкиваются с определенными трудностями: отсутствие учебников, дидактических материалов, пособий, наглядных материалов. Все это приходится составлять, писать и рисовать самому учителю.

Одна из целей этого сборника — облегчить учителю подготовку и проведение занятий.

Дадим некоторые рекомендации по проведению уроков перед работой со сборником.

- Начинать обучать школьников логике желательно с пятого класса, а может быть, и раньше.
- Преподавание логики должно вестись непринужденно, почти в импровизационном стиле. Эта видимая легкость на самом деле требует от учителя большой и серьезной подготовки. Неприемлемо, например, вычитывать интересную и занимательную задачу из толстой рукописной тетради, как иногда делают учителя.
- Рекомендуем проводить занятия в нестандартной форме.
- Необходимо использовать на уроках как можно больше наглядного материала: различных карточек, картинок, наборов фигур, иллюстраций к решению задач, схем.
- Не стоит заниматься с младшими школьниками одной темой в течение длительного времени.
- При разборе темы нужно стараться выделять основные логические вехи и добиваться понимания (а не зазубривания) этих моментов.
- Необходимо постоянно возвращаться к пройденному материалу. Это можно делать на самостоятельных работах, командных соревнованиях (во время уроков), зачетах в конце четверти, устных и письменных олимпиадах, матчах (во внеурочное время).
- Необходимо также использовать на занятиях развлекательные и шуточные задания, иногда полезно сменить направление деятельности.

Данный сборник представляет собой одну из частей курса «Развивающая логика в 5–7 классах» — «Задачи на разрезание». Эта часть апробировалась на уроках логики в 5–7 классах школы-лицея №74 г. Омска.

Задачами на разрезание увлекались многие ученые с древнейших времен. Решения многих простых задач на разрезание были найдены еще древними греками, китайцами, но первый систематический трактат на эту тему принадлежит перу Абул-Вефа, знаменитого персидского астронома X века, жившего в Багдаде. Геометры всерьез занялись решением задач на разрезание фигур на наименьшее число частей и последующее составление из них той или иной новой фигуры лишь в начале XX века. Одним из основоположников этого увлекательного раздела геометрии был знаменитый составитель головоломок Генри

Э. Дьюдени. Особенно большое число существовавших ранее рекордов по разрезанию фигур побил эксперт австралийского патентного бюро Гарри Линдгрэн. Он является ведущим специалистом в области разрезания фигур.

В наши дни любители головоломок увлекаются решением задач на разрезание прежде всего потому, что универсального метода решения таких задач не существует, и каждый, кто берется за их решение, может в полной мере проявить свою смекалку, интуицию и способность к творческому мышлению. Поскольку здесь не требуется глубокое знание геометрии, то любители иногда могут даже превзойти профессионалов-математиков.

Вместе с тем, задачи на разрезание не являются несерьезными или бесполезными, они не так уж и далеки от серьезных математических задач. Из задач на разрезание родилась теорема Бойаи–Гервина о том, что любые два равновеликих многоугольника равноставлены (обратное очевидно), а затем и третья проблема Гильберта: верно ли аналогичное утверждение для многогранников?

Задачи на разрезание помогают как можно раньше формировать геометрические представления у школьников на разнообразном материале. При решении таких задач возникает ощущение красоты, закона и порядка в природе.

Сборник «Задачи на разрезание» разбит на два раздела. При решении задач из первого раздела ученикам не понадобится знание основ планиметрии, а будет нужна именно смекалка, геометрическое воображение и достаточно простые геометрические сведения, которые известны всем. Второй раздел — это факультативные задачи. Сюда вошли задачи, для решения которых понадобится знание основных геометрических сведений о фигурах, их свойствах и признаках, знание некоторых теорем. Каждый раздел разбит на параграфы, в которые мы постарались объединить задачи на одну тему, а они, в свою очередь, разбиты на уроки, содержащие каждый однородные задачи в порядке возрастания их трудности.

В первый раздел входит восемь параграфов.

1. Задачи на клетчатой бумаге. В этом параграфе собраны задачи, в которых разрезание фигур (в основном это квадраты и прямоугольники) идет по сторонам клеток. Параграф содержит 4 урока, рекомендуем их для изучения учащимися 5-х классов.

2. Пентамино. В этом параграфе собраны задачи, связанные с фигурами пентамино, поэтому для проведения этих уроков желательнее раздать детям наборы этих фигур. Здесь два урока, рекомендуем их для изучения учащимися 5–6-х классов.

3. Трудные задачи на разрезание. Здесь собраны задачи на разрезание фигур более сложной формы, например, с границами, являющимися дугами, и более сложные задачи на разрезание. В этом параграфе два урока, их мы рекомендуем проводить в 7-х классах.

4. Разбиение плоскости. Здесь собраны задачи, в которых нужно находить сплошные разбиения прямоугольников на плитки прямоугольной формы, задачи на составление паркетов, задачи о наиболее плотной укладке фигур в прямоугольнике или квадрате. Рекомендуем этот параграф изучать в 6–7-х классах.

5. Танграм. Здесь собраны задачи, связанные с древней китайской головоломкой «Танграм». Для проведения этого урока желательнее иметь эту головоломку, хотя бы сделанную из картона. Этот параграф рекомендуем для изучения в 5-х классах.

6. Задачи на разрезание в пространстве. Здесь учащиеся знакомят с развертками куба, треугольной пирамиды, проводятся параллели и показываются различия между фигурами на плоскости и объемными телами, а значит различия в решении задач. Параграф содержит один урок, который рекомендуем для изучения учащимися 6-х классов.

7. Задачи на раскраску. Здесь показано, как раскраска фигуры помогает решать задачу. Доказать, что решение задачи на разрезание какой-нибудь фигуры на части возможно, нетрудно, достаточно предоставить какой-нибудь способ разрезания. А вот доказать, что разрезание невозможно, труднее. Сделать это нам помогает раскраска фигуры. В параграфе три урока. Их рекомендуем для изучения учащимися 7-х классов.

8. Задачи с раскраской в условии. Здесь собраны задачи, в которых требуется раскрасить фигуру определенным образом, ответить на вопрос: сколько цветов понадобится для такой раскраски (наименьшее или наибольшее количество) и т. д. В параграфе семь уроков. Их мы рекомендуем для изучения учащимися 7-х классов.

Во второй раздел входят задачи, которые можно решать на дополнительных занятиях. Он содержит три параграфа.

9. Превращение фигур. В нем собраны задачи, в которых одна фигура разрезается на части, из которых составляется другая фигура. В этом параграфе три урока, на первом рассматривается «превращение» различных фигур (здесь собраны достаточно легкие задачи), а на втором уроке рассматривается геометрия превращения квадрата.

10. Разные задачи на разрезание. Сюда входят различные задачи на разрезание, которые решаются различными методами. В этом параграфе три урока.

11. Площадь фигур. В этом параграфе два урока. На первом уроке рассматриваются задачи, при решении которых нужно разрезать фигуры на части, а потом доказывать, что фигуры равносоставлены, на втором уроке — задачи, при решении которых нужно использовать свойства площадей фигур.

Раздел 1

§1. Задачи на клетчатой бумаге

Урок 1.1

Тема: Задачи на разрезание на клетчатой бумаге.

Цель: Развивать комбинаторные навыки (рассмотреть различные способы построения линии разреза фигур, правила, позволяющие при построении этой линии не терять решения), развивать представления о симметрии.

Задачи 1.1–1.4 решаем на уроке, задача 1.5 — на дом.

1.1. Квадрат содержит 16 клеток. Разделите квадрат на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. (Способы разрезания квадрата на две части будем считать различными, если части квадрата, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе.) Сколько всего решений имеет задача?

Указание. Найти несколько решений этой задачи не так уж сложно. На рис. 1 некоторые из них показаны, причем решения б) и в) одинаковы, так как полученные в них фигуры можно совместить наложением (если повернуть квадрат в) на 90 градусов).

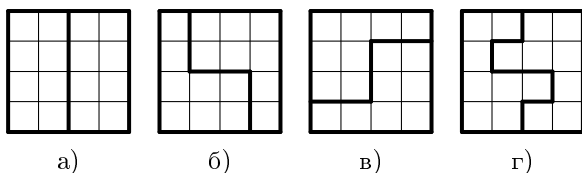


Рис. 1

Но найти все решения и ни одно решение не потерять уже труднее. Заметим, что ломаная, делящая квадрат на две равные части, симметрична относительно центра квадрата. Это наблюдение позволяет шаг за шагом рисовать ломаную с двух концов. Например, если

начало ломаной в точке A , то конец ее будет в точке B (рис. 2). Убедитесь, что для данной задачи начало и конец ломаной можно нарисовать двумя способами, показанными на рис. 2.

При построении ломаной, чтобы не потерять какое-либо решение, можно придерживаться такого правила. Если следующее звено ломаной можно нарисовать двумя способами, то сначала нужно заготовить второй такой же рисунок и выполнить этот шаг на одном рисунке первым, а на другом вторым способом (на рис. 3 показаны два продолжения рис. 2 (а)). Аналогично нужно поступать, когда способов не два, а три (на рис. 4 показаны три продолжения рис. 2 (б)). Указанный порядок действий помогает найти все решения.

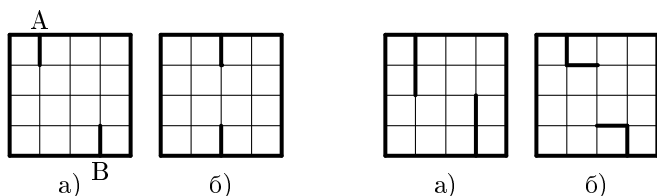


Рис. 2

Рис. 3

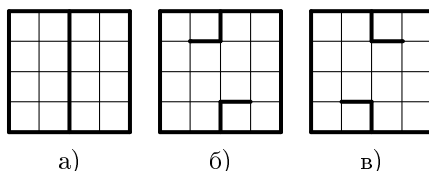


Рис. 4

1.2. Прямоугольник 3×4 содержит 12 клеток. Найдите пять способов разрезания прямоугольника на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток (способы разрезания считаются различными, если части, полученные при одном способе разрезания, не равны частям, полученным при другом способе).

1.3. Прямоугольник 3×5 содержит 15 клеток и центральная клетка удалена. Найдите пять способов разрезания оставшейся фигуры на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток.

1.4. Квадрат 6×6 разграфлен на 36 одинаковых квадратов. Найдите пять способов разрезания квадрата на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

1.5. Задача 1.4 имеет более 200 решений. Найдите хотя бы 15 из них.

Урок 1.2

Тема: Задачи на разрезание на клетчатой бумаге.

Цель: Продолжать развивать представления о симметрии, подготовка к теме «Пентамино» (рассмотрение различных фигурок, которые можно построить из пяти клеточек).

Задачи 1.6–1.11.

1.6. Можно ли квадрат 5×5 клеток разрезать на две равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток? Ответ обоснуйте.

1.7. Разделите квадрат 4×4 на четыре равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам клеток. Сколько различных способов разрезания вы найдете?

1.8. Разделите фигуру (рис. 5) на три равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

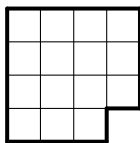


Рис. 5

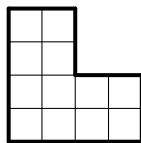


Рис. 6

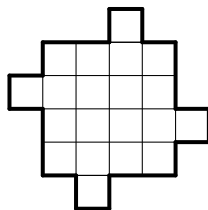


Рис. 7

1.9. Разделите фигуру (рис. 6) на четыре равные части так, чтобы линия разреза шла по сторонам квадратов.

1.10. Разделите фигуру (рис. 7) на четыре равные части так, чтобы линии разрезов шли по сторонам квадратов. Найдите как можно больше решений.

1.11. Разделите квадрат 5×5 клеток с вырезанной центральной клеткой на четыре равные части.