

Оглавление

Предисловие	8
Глава 5. Кривые с большим числом точек. I: Модулярные кривые	13
§ 5.1. Классические модулярные кривые	14
5.1.1. Модулярные кривые	15
5.1.2. Модулярные кривые над конечными полями	27
5.1.3. Коды	32
§ 5.2. Модулярные кривые Дринфельда	39
5.2.1. Эллиптические модули	40
5.2.2. Кривые Дринфельда	44
5.2.3. Коды	54
§ 5.3. Явные конструкции башен Элкиса	59
5.3.1. Башни классических модулярных кривых	59
5.3.2. Явные башни модулярных кривых Дринфельда	66
Историко-библиографические замечания	71
Глава 6. Теория полей классов	73
§ 6.1. Глобальные поля	74
6.1.1. Функциональные поля	74
6.1.2. Числовые поля	81
§ 6.2. Локальная теория полей классов	90
§ 6.3. Глобальная теория полей классов	97
6.3.1. Отображение Артина	97
6.3.2. Основные теоремы	102
6.3.3. Явная теория полей классов для функциональных полей	105
§ 6.4. Башни полей классов	112
6.4.1. Проблема башни полей классов	112
6.4.2. Приложения к $A(q)$	115
Историко-библиографические замечания	119

Глава 7. Кривые с большим числом точек. II	120
§ 7.1. Граница Остерле	121
§ 7.2. Кривые Делиня—Люстига	129
7.2.1. Групповые коды на эрмитовых кривых	129
7.2.2. Кривые Судзуки	131
7.2.3. Кривые Ри	138
7.2.4. Кривые Делиня—Люстига и теория полей классов	141
§ 7.3. Некоторые кривые малых родов	145
7.3.1. Кривые с большим числом точек, получаемые из лучевых полей классов	145
7.3.2. Расслоенные произведения	150
7.3.3. Максимальные кривые с эрмитовой накрывающей кривой	155
§ 7.4. Рекурсивные башни	156
7.4.1. Некоторые основные сведения о башнях	156
7.4.2. Некоторые конкретные башни Гарсии—Штихтенота и гипотеза Элкиса	161
7.4.3. Коды с полиномиальной конструкцией по башне \mathcal{W}_1	167
7.4.4. Одна очень хорошая башня для $q = p^{2m+1}$, $m \geq 1$	172
7.4.5. Хорошие рекурсивные башни над \mathbb{F}_q , $q \geq 4$	174
§ 7.5. Две нестандартные задачи	178
7.5.1. Кривые с заданным числом точек	178
7.5.2. Кривые для каждого рода	181
Историко-библиографические замечания	184
Глава 8. Бесконечные глобальные поля	186
§ 8.1. Инварианты и основные неравенства	187
8.1.1. Инварианты бесконечных глобальных полей	193
8.1.2. Основные неравенства	196
8.1.3. Предельная дзета-функция	204
8.1.4. Предельная явная формула	208
§ 8.2. Обобщенная теорема Брауэра—Зигеля	215
8.2.1. Основной результат	215
8.2.2. Границы для отношений Брауэра—Зигеля	225
§ 8.3. Примеры башен полей классов	230
8.3.1. Неразветвленные башни с условиями на распадение	230
8.3.2. Башни Хаджира—Мэра с ручным ветвлением	240
§ 8.4. Дальнейшая теория и открытые вопросы	242
8.4.1. Общие вопросы	242

8.4.2. Результаты, специфические для функционального случая, и соответствующие проблемы	245
Историко-библиографические замечания	250
Глава 9. Декодирование: некоторые примеры	252
§ 9.1. Списочное декодирование	252
9.1.1. Граница Джонсона	253
9.1.2. Пропускная способность списочного декодирования	256
§ 9.2. Алгоритм Гурусвами—Судана	259
9.2.1. Декодирование кодов Рида—Соломона	259
9.2.2. Декодирование алгеброгеометрических кодов	264
9.2.3. Представления алгеброгеометрических кодов	269
§ 9.3. Пример: эрмитовы кривые	274
9.3.1. Базисы и интерполяция	274
9.3.2. Факторизация	278
§ 9.4. Как достичь границы Синглтона	282
9.4.1. Периодические аффинные подпространства	283
9.4.2. Подпространственные дизайны	284
9.4.3. Случай общих алгеброгеометрических кодов	286
9.4.4. Коды по башне W_1	291
Историко-библиографические замечания	295
Глава 10. Упаковки шаров	298
§ 10.1. Определения, примеры и конструкции	298
10.1.1. Параметры и некоторые базовые примеры	299
10.1.2. Асимптотические задачи	307
10.1.3. Случайные упаковки	310
§ 10.2. Асимптотически плотные упаковки	314
10.2.1. Конструкции плотных упаковок	314
10.2.2. Сферические коды и контактные числа	319
10.2.3. Решетки с экспоненциально большим контактным числом	325
§ 10.3. Решетки по глобальным полям	328
10.3.1. Аддитивные конструкции	328
10.3.2. Мультипликативные конструкции	333
10.3.3. Конгруэнц-конструкции	337
§ 10.4. Решетки Морделла—Вейля	343
10.4.1. Решетки Шиоды	344
10.4.2. Решетки Элкиса	350
Приложение: параметры некоторых упаковок	356
Историко-библиографические замечания	357

Глава 11. Коды по многомерным многообразиям	359
§ 11.1. Полные пересечения и коды Рида–Маллера	360
11.1.1. Граница Цфасмана–Серра–Сёренсена	360
11.1.2. Обобщение на случай нескольких многочленов: гипотеза Цфасмана–Богуславского	362
11.1.3. Коды Рида–Маллера и аффинный случай	368
§ 11.2. Общие алгебраические множества	372
11.2.1. Границы Лашо	372
11.2.2. Граница Куврёра	379
§ 11.3. Коды по поверхностям	388
11.3.1. Некоторые элементы теории поверхностей	388
11.3.2. Кубические поверхности над конечным полем	393
11.3.3. Рациональные поверхности для хороших кодов	397
§ 11.4. Эрмитовы многообразия и квадрики	401
11.4.1. Эрмитовы многообразия	401
11.4.2. Квадрики	404
§ 11.5. Грассмановы и шубертовы коды	410
11.5.1. Грассмановы коды	410
11.5.2. Шубертовы коды	416
§ 11.6. Коды по многообразиям флагов	422
11.6.1. Многообразия флагов	422
11.6.2. Примеры	424
11.6.3. Два других примера	426
Историко-библиографические замечания	428
Глава 12. Приложения	430
§ 12.1. Быстрое умножение в конечных полях	430
12.1.1. Тензорный ранг и билинейная сложность	431
12.1.2. Обобщенный алгоритм Чудновских	434
§ 12.2. Приложения к криптографии	440
12.2.1. Аутентифицирующие коды по алгебраическим кривым	440
12.2.2. Схемы арифметического разделения секрета	449
§ 12.3. Квантовые коды	458
12.3.1. Квантовые коды, исправляющие ошибки	458
12.3.2. Квантовые коды по алгеброгеометрическим кодам	462
12.3.3. Недвоичный случай	470
§ 12.4. Метрика Нидеррайтера–Розенблюма–Цфасмана	473
12.4.1. Пространства с НРЦ-метрикой: определения и границы	473
12.4.2. Примеры и асимптотические границы	478

12.4.3. Равномерные сетки и последовательности	485
§ 12.5. Коды с локальным восстановлением	493
12.5.1. Оптимальные LRC-коды	493
12.5.2. Коды с локальным восстановлением по алгебраическим кривым	496
12.5.3. Асимптотика	500
Историко-библиографические замечания	506
Приложение. Некоторые основные сведения из тома 1	509
П.1. Коды и проективные системы	509
П.1.1. Коды и их параметры	509
П.1.2. $[n, k, d]_q$ -системы	510
П.1.3. Границы	512
П.1.4. Асимптотические задачи	512
П.1.5. Некоторые конструкции кодов и их параметры	514
П.2. Кривые над конечными полями	516
П.2.1. Алгебраические кривые	516
П.2.2. Алгебраические функциональные поля	521
П.2.3. Случай конечного поля	523
П.3. Алгеброгеометрические коды	529
П.3.1. Конструкции и их параметры	529
П.3.2. Пример: эрмитовы кривые и коды	530
П.3.3. Асимптотические результаты	532
Литература	534
Указатель имен	559
Предметный указатель	563