

Оглавление

Предисловие	6
Глава 1	
Некоторые основы теории вероятностей	8
1.1. Классическая вероятность	8
1.2. Схема Бернулли	9
1.3. Схема серий	11
1.4. Общее конечное вероятностное пространство	11
1.5. Условные вероятности и независимость событий	12
1.6. Несколько слов о бесконечных вероятностных пространствах	14
1.7. Случайные величины и их распределения	16
1.8. Моменты распределений	18
1.9. Формула обращения и предельные теоремы пуассоновского типа	21
1.10. Нормальная аппроксимация	24
1.11. Неравенства Чебышёва и Маркова	25
1.12. Уточнение неравенства Чебышёва в случае схемы Бернулли	26
1.13. Условные вероятности и математические ожидания относительно разбиений	27
1.14. Понятие о мартингале	29
1.15. Неравенство Азумы	29
Глава 2	
Модель Эрдёша — Реньи случайного графа	32
2.1. Введение	32
2.2. Определение модели Эрдёша — Реньи	33
2.3. Одна естественная модификация модели	34
2.4. Треугольники в случайных графах	34
2.4.1. Постановка задачи и формулировки результатов	35
2.4.2. Доказательство теоремы 10	36
2.4.3. Доказательство теоремы 12	36
2.4.4. Доказательство теоремы 11	39
2.5. Связность случайного графа	42
2.5.1. Формулировки результатов и комментарии к ним	42
2.5.2. Доказательство теоремы 14	44
2.5.3. Вокруг теоремы 13	46
2.5.4. Гигантская компонента	47

2.6. Хроматическое число случайного графа	48
2.6.1. Определения, формулировки и комментарии	48
2.6.2. Мартингалы реберного и вершинного типов	51
2.6.3. Доказательство теоремы 18: формулировка леммы 1 и вывод из нее	52
2.6.4. Доказательство теоремы 18: доказательство леммы 1	55
2.6.5. Нижняя оценка в теореме 17	57
2.6.6. Верхняя оценка в теореме 17: план действий	58
2.6.7. Верхняя оценка в теореме 17: идея доказательства . .	58
2.6.8. Верхняя оценка в теореме 17: выбор параметров и оценка вероятности	59
2.6.9. Верхняя оценка в теореме 17: доказательство леммы 2	60
2.6.10. Комментарий к лемме 2	63
2.6.11. Чем Y_k лучше X_k , или почему не работает неравен- ство Чебышёва?	64
2.6.12. О функции u в теореме 18	65
2.7. О числе независимости и кликовом числе случайного графа	66
2.8. Числа Рамсея	67
2.9. Хроматическое число и обхват графа	70
2.10. Законы нуля или единицы	73
2.10.1. Язык первого порядка для графов	73
2.10.2. Формулировки результатов	74
2.10.3. Игра Эренфойхта	74
2.10.4. Выигрышная стратегия для Консерватора	76
2.11. Еще ряд сюжетов	77
2.11.1. Деревья в случайных графах	77
2.11.2. Еще несколько слов о хроматическом числе случай- ного графа	79
2.11.3. Планарность случайного графа	80
2.11.4. Степени вершин случайного графа	81
2.11.5. Изоморфизм случайных графов	82

Глава 3

Обобщенная модель Эрдёша—Реньи и случайные дистанционные графы	84
3.1. Определение модели	84
3.2. Случайные подграфы куба	85
3.3. Случайные дистанционные графы	87
3.4. Вспомогательные факты и свойства полного дистанционно- го графа	88
3.4.1. Немного простой аналитики	88

3.4.2. О числе независимости полного графа расстояний	89
3.4.3. О кликовом числе полного графа расстояний	91
3.4.4. О хроматическом числе полного графа расстояний	92
3.4.5. О числе ребер в произвольном подмножестве множества вершин полного графа расстояний	94
3.4.6. «Олимпиадный» комментарий к предыдущему пункту	97
3.5. Хроматическое и кликовое числа дистанционного графа	99
3.6. Хроматическое число случайного дистанционного графа	103
3.7. Дистанционные числа Рамсея	104
3.7.1. Постановка задачи	104
3.7.2. Формулировки результатов	105
3.7.3. Доказательство теоремы 35	107
3.7.4. Доказательство теоремы 37	108
3.8. О связности случайного дистанционного графа	111
3.9. Законы нуля или единицы для случайного дистанционного графа	112
3.10. Дистанционные графы и их случайные подграфы: еще одно определение	113
3.10.1. Определение и результаты	113
3.10.2. Доказательство теоремы 42	116
Глава 4	
Модели случайных веб-графов	118
4.1. Наблюдения Барабаши — Альберт	118
4.2. Модель Боллобаша — Риордана	120
4.2.1. Динамическая модификация	120
4.2.2. Статическая модификация, или LCD-модель	121
4.2.3. Некоторые результаты	122
4.2.4. Доказательство теоремы 46 при $k = 1$	125
4.3. Модель копирования	131
Глава 5	
Приложение	133
Литература	135