

Предисловие

Серия «Школьные математические кружки» предполагает посвятить несколько выпусков решению логических задач. Вы держите в руках один из них.

Вам предлагаются шесть тематических занятий математического кружка первого-второго года обучения. Первые пять занятий разработаны в традиционной для данной серии форме. В начале каждого занятия мелким шрифтом напечатаны методические рекомендации. Затем, после краткого вступления, подробно разбираются несколько ключевых задач. Учитель может поступить с ними по-разному. Не обязательно обсуждать их все подряд в начале занятия. Какие-то можно сначала предложить порешать самостоятельно (возможно, дома). Имеет смысл также после разбора одной-двух задач дать каждому ученику возможность поработать в своем темпе над аналогичными и лишь после этого разобрать следующую ключевую задачу (над которой к этому моменту наиболее быстрые успеют поломать голову).

Далее следуют задачи для самостоятельного решения. Их количество, как правило, избыточно для одного занятия кружка. Это сделано сознательно: подобрать универсальный набор задач для кружка произвольного уровня невозможно. Учитель может рекомендовать ребятам решать определённые задачи, исходя из их подготовки. Задачи расположены в порядке усложнения. Можно решать их подряд, тогда большинство кружковцев успеют потренироваться на более простых задачах, но до самых сложных задач не дойдут.

Шестое занятие — игровое, методика его проведения подробно описана в соответствующей главе.

Решение многих задач школьнику 5–6 класса трудно записать и гораздо легче рассказать. Чтобы каждый успел высказаться, учитель может проверить устные решения у первых 2–3 учеников, назначить их экспертами по данной задаче, а затем остальных отправлять рассказывать своё решение экспертам. Обычно более сильные ученики с удовольствием выступают в роли экспертов, а подчас и более дотошно слушают решение.

В конце книги имеется список дополнительных задач, не вошедших в занятия, но идейно близких к ним.

Почти ко всем задачам приведены ответы и решения, а к некоторым ещё и подсказки и комментарии. Подсказки, ответы и решения отнесены в конец книги и отделены друг от друга для удобства школьников, работающих с книгой самостоятельно. Если решить задачу никак не удаётся, посмотрите подсказку. Когда ответ получен, проверьте его и при необходимости найдите ошибку. Если ответ верен, не поленитесь прочитать решение и сравнить его со своим.

* * *

Задачи первого и шестого занятий большей частью основаны на комбинации верных и неверных утверждений. К ним близок распространённый сюжет про остров рыцарей и лжецов, развёрнутый на четвёртом и пятом занятиях. На втором и третьем занятиях подробно рассматривается решение задач на установление соответствия между двумя множествами (такие задачи иногда называют сюжетными). Наибольшее внимание уделено методу полного перебора и использованию графов и таблиц.

Разумеется, за шесть занятий невозможно даже вкратце познакомиться с основными типами логических задач. В вышедших ранее книжках нашей серии представлены задачи на графы и на поиск алгоритма (в частности, на взвешивания, переливания и переправы). Работу с высказываниями, содержащими слова «и», «или», «если...»,

то...», «все», «некоторые» и т. п., мы отложили до следующих выпусков.

Что же объединяет столь различные задачи? Пожалуй, прежде всего то, что для их решения не требуется ни вычислений, ни специальных математических знаний, ни знакомства с хитроумными олимпиадными методами. Отсутствие препятствий технического характера позволяет сконцентрироваться на способе рассуждений как таковом. Поэтому логические задачи являются идеальным материалом для развития математического мышления. В этом состоит краткий ответ на вопрос, зачем вообще учить школьников решать логические задачи. Поясним сказанное подробнее.

Для школьника сама постановка вопроса о необходимости доказательства в логических задачах более естественна, чем в геометрии, на которую традиционно взваливается ноша логического ликбеза. Попытка начать с простейших утверждений, но при этом рассуждать строго приводит семиклассников в недоумение: зачем доказывать, что треугольники равны, если это и так видно по чертежу? А логические задачи благодаря опоре на жизненный опыт и воображение достаточно нетривиальны с самого начала, поэтому этап специальных упражнений, в которых ответ очевиден и его подробное обоснование ученику представляется искусственным, не требуется.

Отсутствие технических сложностей имеет и то преимущество, что борьба с ними не может в сознании ученика подменить собой доказательство. При решении, скажем, уравнений ученик тратит на тождественные преобразования столько сил и бумаги, что не сомневается в исполнении долга. Тем более что письменного обоснования равносильности преобразований не требуется.

При решении логических задач, напротив, не требуется ничего, кроме обоснования ответа. Школьники привыкли, что в математических задачах перед сообщением ответа надо хоть что-то сказать или написать. Поскольку ни-

каких арифметических или других формальных действий логические задачи не предполагают, дети при записи решений и устных ответах постепенно приучаются ко всё более внятным доказательствам.

Выяснив зачем, вы начинаете понимать, когда и как лучше всего использовать логические задачи. Самое главное: навыки решения не должны превращаться в самоцель. Результатом обучения является математическая культура, а не умение выяснять, кто из богатырей убил Змея Горыныча, или узнавать за один вопрос, где деревня рыцарей. Отсюда вытекают рекомендации по использованию логических задач вообще и данной книги в частности.

1. Логические задачи особенно уместны на занятиях кружка в 5, 6 и отчасти в 7 классе. Они служат хорошей подготовкой к осознанному изучению геометрии. Кроме того, пяти- и шестиклассники ценят занимательность сюжета и охотно обсуждают самое сложное и интересное с родителями.

2. При решении логических (как, впрочем, и других) задач не стоит ограничивать учеников в выборе метода. Если целью занятия является именно отработка метода, то надо стараться предлагать такие задачи, где этот метод наиболее удобен. Но если ученик всё же решает по-своему — дайте ему возможность довести дело до конца, а потом познакомьте с другим подходом.

3. Полезнее всего не изучать методично всё новые типы логических задач, а решать разнообразные задачи понемногу в течение всего года. Конечно, каждую новую идею (скажем, необходимость доводить перебор до конца, даже если случай, удовлетворяющий условию, уже найден) вскоре после первого знакомства полезно применить несколько раз. Но если школьники решили на занятии не все задачи (а такое всегда будет происходить!), во все не обязательно немедленно «ликвидировать пробелы». Лучше оставить что-то «на потом». Тем более не стоит посвящать логическим задачам много занятий кружка под-

ряд. Авторы весьма приветствуют растаскивание тщательно скомпонованных нами занятий на фрагменты, сочетающиеся с задачами на другие темы. Логические задачи хорошо предлагать и по одной, вне тематических занятий.

4. Необходимость доказательства лучше всего демонстрируют задачи с неполными данными, имеющие неоднозначный ответ. Обращайте внимание детей на такие задачи.

5. Некоторые задачи хорошо решать в парах и в группах. Часто получается сыграть маленькую ролевую игру по сюжету задачи (об этом подробно написано в методических указаниях к занятиям). Эти формы работы нравятся школьникам 5–7 класса и стимулируют их интерес к математике.

6. Советуйте детям обсуждать наиболее интересные задачи с членами семьи. Взрослые люди, далекие от математики, порой интересуются головоломками не меньше, а решают их несколько не лучше, чем дети. Именно логические задачи могут стать поводом для равноправного, а следовательно, радостного и плодотворного семейного общения.

7. Поощряйте детей сочинять собственные задачи. Для детей (а также их родителей, см. предыдущий пункт) с гуманитарным складом ума эта деятельность может оказаться наиболее привлекательной и эффективной. Разумеется, придумывание задач не должно становиться обязательным заданием для не склонных к литературному творчеству детей.

Мы надеемся, что в этой книжке вы найдёте немало задач, решение которых доставит вам настоящее удовольствие.

Авторы благодарны А. В. Шаповалову за подробные обсуждения и предложенные задачи.