

Оглавление

Введение	3
--------------------	---

Часть 1. Гладкие функции

§ 1.1. Непрерывные функции	
1.1.1. Вещественные числа	11
1.1.2. Пределы последовательностей	13
1.1.3. Пределы функций	16
1.1.4. Непрерывные функции	18
1.1.5. Равномерная непрерывность	20
§ 1.2. Производные и интегралы	
1.2.1. Дифференцирование	22
1.2.2. Производная на интервале	24
1.2.3. Интеграл	27
1.2.4. Первообразная	30
1.2.5. Методы интегрирования рациональных комбинаций элементарных функций	33
§ 1.3. Аппроксимация полиномами	
1.3.1. Формула Тейлора	37
1.3.2. Локальное поведение кривых на плоскости	41
1.3.3. Бесконечные ветви кривых	44
1.3.4. Построение кривых на плоскости	46
1.3.5. Полярные координаты	48
§ 1.4. Ряды	
1.4.1. Положительные ряды	50
1.4.2. Признак Гаусса и гипергеометрический ряд	53
1.4.3. Произвольные числовые ряды	56
1.4.4. Функциональные ряды	60
1.4.5. Степенные ряды и ряды Тейлора	64
§ 1.5. Топологические свойства отображений	
1.5.1. Топология пространства $\mathbb{R}^n$	67
1.5.2. Компакты в $\mathbb{R}^n$	68
1.5.3. Непрерывные отображения	70
§ 1.6. Аппроксимация полиномами в многомерном случае	
1.6.1. Дифференциал	73
1.6.2. Свойства дифференциала	74
1.6.3. Формула Тейлора	76
1.6.4. График функции	80
§ 1.7. Приведение отображений к простейшему виду	
1.7.1. Теорема о неявной функции	83

1.7.2. Теорема о неявном отображении	85
1.7.3. Приведение отображений к каноническому виду	88
1.7.4. Лемма Морса	92
1.7.5. Условный экстремум. Множители Лагранжа	94
§ 1.8. Интегралы функций	
1.8.1. Интеграл Римана	98
1.8.2. Теорема Фубини	101
1.8.3. Множества меры нуль	102
1.8.4. Критерий Лебега интегрируемости по Риману	103
§ 1.9. Интегралы по неограниченным областям	
1.9.1. Несобственные интегралы	107
1.9.2. Разбиение единицы. Замена переменных в интеграле	109
1.9.3. Интегралы, зависящие от параметра	111
1.9.4. Г- и В-функции Эйлера	114

Часть 2. Гладкие многообразия

§ 2.1. Категория гладких многообразий	
2.1.1. Гладкие многообразия	119
2.1.2. Морфизмы и изоморфизмы	121
2.1.3. Задание многообразий уравнениями	122
§ 2.2. Касательное пространство	
2.2.1. Касательные векторы	126
2.2.2. Операторы дифференцирования в точке	127
2.2.3. Координатное описание касательных векторов	129
2.2.4. Дифференциал отображения	131
§ 2.3. Гладкие отображения	
2.3.1. Регулярные точки отображения	133
2.3.2. Теорема Сарда о критических значениях	134
2.3.3. Теорема Уитни о вложении многообразий	138
§ 2.4. Векторные расслоения	
2.4.1. Расслоения, их морфизмы и сечения	142
2.4.2. Векторные операции над расслоениями	145
2.4.3. Универсальное расслоение	150
§ 2.5. Тензорные поля	
2.5.1. Тензорные расслоения и тензоры	153
2.5.2. Алгебра векторных полей	155
2.5.3. Производная Ли	158
§ 2.6. Дифференциальные формы	
2.6.1. Дифференциальные формы в локальной карте	161
2.6.2. Оператор дифференцирования	163
2.6.3. Интегрирование дифференциальных форм	165
§ 2.7. Формула Стокса	
2.7.1. Многообразия с краем	168

2.7.2. Общая формула Стокса	171
2.7.3. Частные случаи формулы Стокса	173
§ 2.8. Риманова геометрия	
2.8.1. Аффинная связность	176
2.8.2. Риманова метрика	178
2.8.3. Связность Леви-Чивиты	182
2.8.4. Параллельный перенос и геодезические	185
2.8.5. Риманов тензор кривизны	187

Часть 3. Пучки и когомологии

§ 3.1. Когомологии с коэффициентами в пучках	
3.1.1. Пучки	191
3.1.2. Накрытия	192
3.1.3. Каноническая резольвента пучка	194
3.1.4. Когомологии	196
§ 3.2. Аксиоматическая теория когомологий	
3.2.1. Мягкие пучки	199
3.2.2. Длинная точная последовательность	201
3.2.3. Ациклические резольвенты	205
3.2.4. Аксиоматический подход	207
§ 3.3. Когомологии Чеха	
3.3.1. Когомологии покрытия	208
3.3.2. Теорема Лере	209
§ 3.4. Когомологии де Рама	
3.4.1. Алгебра когомологий де Рама	212
3.4.2. Последовательность Майера—Вьеториса	214
3.4.3. Гладкие отображения и когомологии	218
3.4.4. Гомотопическая инвариантность когомологий де Рама	221
§ 3.5. Когомологии с вещественными коэффициентами	
3.5.1. Когомологии де Рама как когомологии с коэффициентами в пучке	224
3.5.2. Сингулярные гомологии и теорема де Рама	226
3.5.3. Двойственность Пуанкаре	227
§ 3.6. Связности в расслоениях и классы Черна	
3.6.1. Связности и метрики	231
3.6.2. Кривизна связности	233
3.6.3. Инвариантные однородные формы	234
3.6.4. Классы Черна	237
§ 3.7. Комплексные многообразия	
3.7.1. Дифференциальные формы	241
3.7.2. Когомологии Дольбо	243
3.7.3. Линейные расслоения	244
3.7.4. Пучки и классы Черна	246

Часть 4. Структуры Дубровина—Фробениуса и когомологические теории поля

§ 4.1. Дифференциально-геометрическое определение	
4.1.1. Фробениусовы пары	251
4.1.2. Структуры Дубровина—Фробениуса	255
§ 4.2. От многообразия к интегрируемой системе	
4.2.1. Фробениусовы структуры	262
4.2.2. Уравнения Дарбу—Егорова	266
4.2.3. Эйлерово поле	271
4.2.4. Потенциал	276
4.2.5. Уравнения WDVV	280
§ 4.3. Плоские связки кометрик, группы Кокстера	
4.3.1. Плоские связки кометрик	285
4.3.2. Плоская связка кометрик, порожденная структурой Дубровина—Фробениуса	289
4.3.3. Группы Кокстера	294
4.3.4. Структура Дубровина—Фробениуса на пространствах орбит групп Кокстера	298
§ 4.4. Когомологические теории поля	
4.4.1. Простейшие решения уравнений WDVV	303
4.4.2. Системы корреляторов и операды	310
4.4.3. Пространство модулей римановых сфер с проколами	314
4.4.4. Когомологическая теория поля Концевича—Манина	316
4.4.5. Инварианты Громова—Виттена	319
Литература	322
Список публикаций С. М. Натансона	325
Сергей Миронович Натанзон. Биографические сведения	336
Предметный указатель	338