

Введение

Что такое орнамент, знает, наверное, каждый человек. Орнамент сопровождает жизнь человека во всех эпохах и во всех ареалах его проживания. И только в последнее время, начиная с возникновения конструктивизма и авангарда в начале XX века, появилось резко отрицательное отношение к этому виду искусства [Лоос]. Тем не менее он остается неперменной частью жизни огромного количества людей. В орнаменте есть что-то такое, что не дает человеку с ним расстаться. Он окружает человека на самых разных предметах; и существует, на первый взгляд, бесчисленное разнообразие его выражения. Прекрасным введением в это разнообразие может служить книга искусствоведа Ю. Я. Герчука [Герчук].

Лишь в конце XIX — начале XX веков было осознано, что в основе орнамента лежит относительно простая математическая структура, связанная с идеей симметрии. Представление о симметрии очень давнее, и лишь появление в середине XIX века теории групп — раздела алгебры, привело к обнаружению групп симметрий орнаментов и их классификации (Е. С. Федоров²⁹; Дж. Пойа³⁰). Оказалось, что за многообразием видов орнамента скрывается невидимая структура группы, и этих групп не так много, хотя в теории групп разных³¹ групп существует бесконечно много. О применении этой теории к орнаментам и пойдет речь в этой книге.

Первый поразительный факт: тысячи лет люди создавали вокруг себя орнаменты удивительной красоты, не используя сознательно никакой математики. Что заставляло их идти таким путем? И второе, не менее удивительное: за тысячами абсолютно непохожих орнаментов скрывается совсем небольшое число невидимых математических структур. Ситуация очень похожа на появление теории

²⁹ Строгая классификация пространственных групп симметрий появилась в работах Е. С. Федорова: [Федоров, 1890] (предварительный оттиск), [Федоров, 1891a] (основная публикация). Независимо от Е. С. Федорова, но чуть позже, такая же классификация была выполнена А. Шенфлисом [Schoenflies]. Федоров и Шенфлис активно переписывались в конце 1880-х — начале 1890-х гг. История классификация пространственных групп симметрий изложена, например, в [Белов], [Бокий, Шафрановский].

³⁰ Дж. Пойа классифицировал плоские группы симметрий в 1924 г. [Polya] независимо от Е. С. Федорова, который сделал это гораздо раньше, в 1891 г. [Федоров, 1891b].

³¹ То есть не изоморфных друг другу.

атома тоже в начале XX века. Существуют миллионы химических соединений, состоящие из молекул, а те — из атомов. Но за всем этим скрывается четкая математическая структура, в которой группа симметрий атома (молекулы) играет определяющую, хотя и не единственную, роль. С тех пор теория групп симметрий стала иметь фундаментальное значение в физике и ряде других областей естествознания. Значительна их роль и в кристаллографии, где у кристаллов имеются группы симметрий, и они имеют прямое отношение к группам симметрий орнаментов. В России, начиная с работ Евграфа Степановича Федорова, имеется большая школа кристаллографов, имеющая международную известность (среди них А. В. Шубников, Н. В. Белов и многие другие) [Шубников, Копцик].

Орнаментами занимаются гуманитарные науки, такие как археология, этнография и искусствоведение. Орнаменты исследуются, прежде всего, описательно и качественно. В имеющихся работах основной упор делается на описание своеобразия вида орнамента общества или племени, служащего предметом исследования этой работы, а также на изучение различия орнаментов народов, сообществ племен в определенные эпохи. Почти всегда математика симметрий имеет здесь весьма подсобное значение. Факт наличия универсальной математической структуры не играет в современных исследованиях, как правило, никакой роли. Это особенно верно для исследований в России. Я могу лишь назвать работы С. В. Иванова [Иванов, 1963], Е. Е. Кузьминой [Кузьмина, 1986], [Кузьмина, 1994], Т. И. Макаровой [Макарова, 1978] и И. В. Рудковского [Рудковский], в которых рассматриваются не только симметрии орнаментов, но и их группы³².

В этой книге мы будем отталкиваться от этого обстоятельства и поставим такой вопрос: могут ли быть и другие математические утверждения, которые являются универсальными для всех эпох и ареалов? Конкретнее. На каждом археологическом артефакте (предмете), да и многих предметах нашего быта (как то: сосуд, ткань, одежда), может быть не один, а несколько орнаментов, каждый из которых имеет свою группу симметрий. Возникает вопрос, имеются ли какие-то связи между группами симметрий отдельных частей предмета, и, если да, то не носят ли они универсальный характер так же, как и сами группы симметрий?

³² Возможно есть и другие, но мне не удалось их обнаружить. — *Прим. А. Н. Паршина.*

Насколько мне известно, такой вопрос никогда не ставился, ни гуманитариями, ни математиками, хотя симметриями орнаментов интересовались многие известные математики (см. [Вейль, 1968], [Кокстер, Мозер], [Speiser], см. также [Jablan, 2002], [Группа орнамента], [Группа бордюра]). В теории групп хорошо известны связи, существующие между разными группами, например гомоморфизмы и, более общо, соответствия. Так что математическая база для поиска ответа на поставленный вопрос имеется.

Важным обстоятельством является то, что в истории орнамент является неперенной частью жизни традиционного общества, которое прилагает огромные усилия для его сохранения. В близких к нам эпохах первоначальный смысл орнамента теряется, он становится в лучшем случае видом искусства, а его изготовление идет в значительной степени по инерции. В традиционных же обществах неразрывная связь орнамента с духовной культурой общества достаточно ясно прослеживается. Это относится прежде всего к мифологии и фольклору. Мы также затронем эти вопросы в нашей книге.

В дальнейшем мы ограничимся детальным рассмотрением лишь одного вида орнамента — бордюра. Он весьма распространен и встречается практически на всех предметах, где имеется орнамент. Его преимуществом является также небольшой список групп симметрий (черно-белых) бордюров. Их ровно семь и поиск новых математических универсалий естественно начать с этого более обзримого множества.

Книга состоит из двух частей. Первая содержит математическую теорию групп симметрий бордюров. В свою очередь, эта часть делится на два раздела или слоя. Один полностью элементарен и требует лишь знание школьного курса планиметрии [Киселев] и рассчитан не только на представителей естествознания, но и на гуманитариев, не испытывающих неприязни к математике или способных ее преодолеть ☺. Другой раздел, отмеченный знаком $\propto$ ³³, написан для имеющих определенное математическое образование. Здесь нужно знать элементы теории групп и топологии, впрочем, в весьма небольшом объеме. Важнее некоторый опыт математических рассуждений. Этот раздел факультативен и не влияет на понимание дальнейшего.

³³ В имеющихся в архиве рукописях этот знак отсутствует, поэтому в нашей публикации он не используется. Сложные задачи — упражнения для читателя — помечаются традиционной звездочкой.

Знающих основы теории групп симметрий, как они излагаются в курсах кристаллографии и книгах по орнаменту, возможно, удивит принятый нами необычный подход к описанию этих групп. Мы подходим к ним именно как к группам всех симметрий данного орнамента, а не как к набору имеющихся в них «базовых» симметрий (образующих этих групп). Это значимо для решения упомянутой выше задачи. Впрочем, в конце книги³⁴ приведен список соответствия обозначений, принятых в кристаллографии и используемых нами.

Во второй части сначала дается краткий обзор того, как используются в современной археологии и этнографии свойства симметрии орнаментов. Основное место здесь занимают работы американской школы — археолога Дороти Уошберн (Dorothy Washburn) и математика Дональда Кроу (Donald Crowe) [Washburn, Crowe, 1988], [Washburn, Crowe, 2004], [Washburn, 2004] и работы томского археолога И. В. Рудковского [Рудковский]. Основные изучаемые здесь задачи состоят в исследовании для конкретного ареала развития типов симметрии артефактов во времени и/или их сравнения для разных частей какой-либо одной культуры. Мы не претендуем здесь на полноту обзора. Но отметим, что такой подход стал доминирующим в современной науке. Ярким примером является работа В. А. Городцова [Городцов], в которой сравниваются элементы двух культур, дако-сарматской первых веков н. э. и русской народной XIX века, весьма разделенных как временем, так и пространством.

Затем мы обсуждаем указанную выше задачу — возможное наличие новых универсалий для орнаментов. Мы предвараем исследование этого вопроса обзором уже известных и признанных универсалий в лингвистике, антропологии, фольклоре [Пропп], [Маслов]. К ним относится то, что во всех языках звуки, используемые как фонемы, четко делятся на два класса: гласные и согласные. На уровне лексики во всех языках имеются имена собственные [Маслов]. В изучении фольклора В. Я. Пропп обнаружил универсальную структуру волшебной сказки у всех народов [Пропп]. Эта структура содержит 7 персонажей и 31 их функцию. Каждая конкретная сказка может иметь и имеет лишь часть персонажей и функций, сохраняя при этом общую схему их взаимоотношений.

В следующем разделе мы рассматриваем вопрос о связи материального объекта — орнамента с представлениями духовной культу-

³⁴ В *Дополнении 3*.

ры. Здесь нам был весьма полезен подход А. К. Байбурина к связи двух сторон археологического (или этнографического) артефакта: духовной, знаковой, невидимой и материальной, вещной, видимой [Байбурин, 1981]. Более того, в этой работе Байбурин делает такой вывод о связи космологических представлений народа с его повседневной орудийной деятельностью:

С учетом результатов, полученных при изучении различных проявлений синкретизма, в новом свете предстает технологическая сфера деятельности человека. Технология сравнительно поздно выделилась в самостоятельную область. До ее выделения технологические процессы входили в общую космологическую схему, являясь как бы своеобразным продолжением операций по символическому созданию или воссозданию Вселенной³⁵.

То есть акт производства какой-либо вещи являет собой такой же акт творения, как космологический акт творения мира. И далее:

В результате конечный продукт приобретал (в той или иной мере) черты космической схемы, то есть становился ее моделью, «микрокосмом». Исследования, проведенные с учетом семантики технологических процессов, сопровождавших строительство дома, постройку корабля, шитье одежды, создание утвари и т. п., на материале разных (и во времени, и в пространстве) этнических традиций, позволяют говорить об универсальном характере *корреспонденций между создаваемой вещью, строением человеческого тела и представлениями о структуре Вселенной*^{36, 37}.

И, наконец, последний раздел содержит подступы к загадке, намеченной выше. Что в человеке может служить основанием для выбора именно таких орнаментов? Этим вопросом занимались американские исследователи (см. [Washburn, Humphrey] и [Washburn, 2018]), используя методы экспериментальной психологии и социологии. Мы же опираемся в качестве отправной точки на работы о. Павла Флоренского «Пределы гносеологии» (1913) [Флоренский, 1996], «Органопроекция» (1922) (главу его труда «У водоразделов мысли» [Флоренский, 1999в]). Мы используем наш анализ этих ра-

³⁵ [Байбурин, 1981], с. 221.

³⁶ [Байбурин, 1981], с. 221; выделено А. Н. Паршиным.

³⁷ Последние мысли крутятся у меня в голове давно (я много занимался первобытными <артефактами> в <19>60–70-е <гг.>), но так четко это сформулировать, как Байбурин, не додумался. Слава ему))). — Прим. А. Н. Паршина.

бот, данный в [Паршин, 2005] (и в дальнейшем в [Паршин, 2022в]). В работе 1913 г. Флоренским предложена схема акта познания, в которой каждый акт познания необходимо состоит из бесконечного числа уровней и переходов с одного уровня на другой. В наших работах мы дополнили механизм перехода с уровня на уровень наличием двойного отражения, которое присутствует в рассуждениях Флоренского в неявной форме. Такой механизм описывается как раз бесконечной диздральной группой. Эта группа является наиболее распространенной группой симметрии бордюров (типы 5, 6, 7³⁸).

Наше предположение в вопросе восприятия орнамента человеком состоит в том, что геометрия, включая симметрии орнаментов, производимых человеком, отражает, в духе органопроекции Флоренского, геометрию, симметрии внутреннего строения человека. Здесь правильнее использовать биологическую терминологию и говорить о морфологии тела и прежде всего зрительных путей его нервной системы. Они содержат симметрии того же типа S (левое/правое) и R (верх/низ), что и все орнаменты. Причем с явным предпочтением симметрий первого типа (!)³⁹.

³⁸ Стандартизированная система нумерации семи геометрических типов орнаментов-бордюров определяется в разделе 4.4 *Части 1*.

³⁹ На этом машинописный текст А. Н. Паршина оканчивается. Явно не хватает упоминаний связей — через принцип двойного отражения — орнаментов и ритуалов перехода, а также наличия двойного отражения в нейрофизиологии, в системах управления, в механизме «социальных лифтов», а также иных глубоких замечаний, содержащихся в набросках *Содержания* и *Части 2* книги. Мы постараемся дать соответствующие пояснения в *Послесловии*.