

ВВЕДЕНИЕ. ИГРЫ И СЕТИ

На протяжении многих лет и игровые, и графовые модели успешно используются для описания сложных систем. Так как в настоящей работе, посвящённой моделям социальных сетей, последние описываются с помощью графов, а задачи информационного управления и информационного противоборства формулируются, в том числе, в терминах теории игр, то для позиционирования соответствующего класса моделей в настоящем вводном разделе кратко рассматривается современное соотношение игровых и графовых моделей.

Согласно определению, приведённому в [33], *теория игр* — раздел прикладной математики, исследующий модели принятия решений в условиях несовпадения интересов сторон (*игроков*), когда каждая сторона стремится воздействовать на развитие ситуации в собственных интересах. Результаты, полученные в теории игр, нашли множество приложений в самых разных областях — в социологии [121, 124, 270], экономике [91, 240, 245], организационном управлении [53, 106], экологии [26, 124], военном деле [28, 61] и др.

Теория графов в качестве теоретической дисциплины может рассматриваться как раздел дискретной математики, исследующий свойства конечных множеств с заданными отношениями между их элементами [25]. Как прикладная дисциплина теория графов позволяет описывать и исследовать многие технические, экономические, биологические и социальные системы (см. примеры приложений теории графов в [25, 28, 121, 124, 216]).

Графы и игры. Между теорией игр и теорией графов существует глубокая взаимосвязь. Можно привести множество примеров использования конструкций и результатов теории графов в игровых постановках:

- древовидный граф задаёт структуру принятия решений в игре в развёрнутой форме [119];
- граф (вершины — игроки) задаёт структуру возможных коалиций [53];
- на графе в дискретном времени осуществляется «игра поиска» (вершины — позиции игроков, рёбра — возможные пути переходов) [118];
- ориентированный граф описывает, от чьих действий зависят выигрыши агентов (например, для реализуемости равновесия Нэша

достаточно связности графа), в более общем случае граф отражает структуру информированности игроков [110] или структуру коммуникаций между игроками [96];

— граф отражает постоянные или временные связи (информационные, технологические, подчинённости и т. п.) между игроками [52, 88, 96, 98].

И т. д.

Отдельно следует выделить *теорию сетевых игр* — относительно молодой (развивающийся с конца 70-х годов прошлого века) раздел теории игр, акцентирующий внимание как раз на формировании сетевых структур — устойчивых связей между игроками — в условиях несовпадения интересов и/или различной информированности последних (для ознакомления см. обзор [51] и монографию [216]).

Здесь уместно сделать два терминологических замечания. Во-первых, в сетевых играх термин «сеть» употребляется в более широком, чем принято в теории графов [25], значении — практически любой граф называется сетью. Во-вторых, наряду с термином «сетевые игры» (network games), всё чаще встречается термин «*игры формирования сетей*» (network formation games), более соответствующим сути игры, результатом которой является сеть, связывающая игроков. Эта тенденция имеет своё обоснование — сетевые игры могут рассматриваться как включающие в себя (рис. 12) игры формирования сетей и «*игры на сетях*» (network-based games), причём в последних «сеть» фиксирована. Среди игр на сетях можно, в свою очередь, выделить (рис. 12) [55]:

- *игры сетевого взаимодействия* (networking games)⁴;
- «*когнитивные*» *игры* (cognitive maps games);
- *игры на социальных сетях* (social networks games);
- *игры на сетевых графиках*⁵.

На качественном уровне различие между играми формирования сетей и играми на сетях состоит в том, что в первых предметом выбора игроков являются переменные, относящиеся к парному взаимодействию между игроками, а в играх на сетях — переменные, описы-

⁴ В данном классе игр, имеющих, в основном, транспортные и телекоммуникационные интерпретации (см. монографию [263], пионерскую статью [280] и обзор [190]), сеть является «инструментом» и/или ограничением взаимодействия игроков.

⁵ Играм на сетевых графиках пока не было уделено должного внимания исследователей. Этот класс игр может быть охарактеризован как игры субъектов, выделяющих ресурсы, необходимые для выполнения операций сетевого графика некоторого проекта. То есть игры на сетевых графиках — теоретико-игровое обобщение задачи распределения ресурсов на сетях, являющейся хрестоматийной для календарно-сетевого планирования и управления.

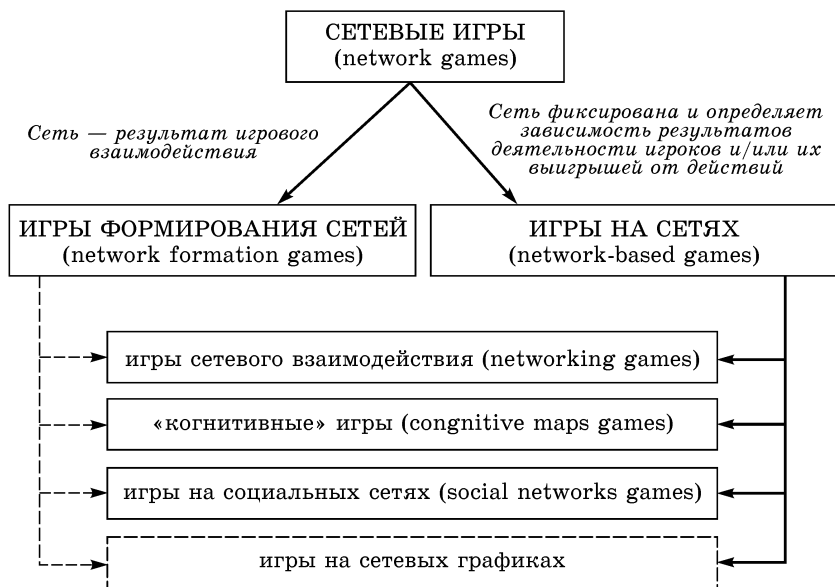


Рис. 12. Сетевые игры

вающие вершины сети (значения факторов в играх на когнитивных картах, мнения агентов в играх на социальных сетях и т. д.). В будущем эти модели, наверное, целесообразно формально объединить (см. пунктирные линии на рис. 12). Эффект от такого объединения может быть обусловлен тем, что во многих играх формирования сетей (например, в моделях информационных коммуникаций в многоагентных системах) для расчёта выигрышей игроков требуется привлекать модель сетевой динамики, как и в играх на сетях. Объединение моделей приведёт к двухэтапной игре, на первом этапе которой игроки формируют сеть, а на втором этапе используют сформированную сеть для передачи информации, ресурсов и т. д. в соответствии с концепцией игр на сетях.

Игры на сетях. В последние годы всё чаще появляются разнообразные содержательные постановки задач описания и исследования такого взаимодействия игроков, что результат их взаимодействия (или связь между выбираемыми действиями или стратегиями и выигрышами) определяется той или иной «сетевой» («теоретико-графовой») моделью. Такого рода игры, как отмечалось выше, называют играми на сетях. Приведём несколько примеров.

Когнитивные игры [95], в которых когнитивная карта [153] — взвешенный ориентированный граф (вершинами которого являются

факторы, значения которых измеряются в непрерывной или нечёткой шкале, а взвешенными или функциональными дугами отражается взаимовлияние факторов) — используется для учёта причинно-следственных связей и взаимовлияния факторов, а также для моделирования динамики слабоформализуемых систем [1, 79, 92]. Когнитивные модели имеют множество приложений — см. [92, 124, 153]. Для первоначального ознакомления с этой областью можно порекомендовать классические монографии [124, 153] и современные обзоры [1, 74, 78].

Основной целью использования когнитивных карт является качественный анализ, основывающийся в большинстве случаев на имитационном моделировании (реже аналитически решаются обратные задачи управления) динамики ситуаций (тенденций, направлений изменения значений факторов, исследовании сценариев и т. д.). Например, описав взаимосвязь между факторами в виде разностной схемы второго порядка и задав начальные значения, можно анализировать динамику факторов, «установившиеся» значения и т. д., рассматривая все эти аспекты с точки зрения лиц, заинтересованных в том или ином развитии ситуации, или исследуя несовпадение целей различных субъектов. Имея модель связи между факторами можно рассматривать игровую постановку — пусть игроки имеют возможность влиять на начальные значения факторов (например, для каждого игрока задано множество «контролируемых» им факторов), а их выигрыши зависят от «установившихся» значений факторов. Пример линейной игры такого рода рассмотрен в [95].

Игры на социальных сетях, в которых вершинами являются агенты — участники социальной сети, а взвешенные дуги отражают степени их «доверия» друг другу или влияния друг на друга — см. монографию [216] и вторую главу настоящей работы. Мнение каждого агента формируется под влиянием его начального мнения и мнений других агентов с учётом их доверия друг другу (динамика мнений описывается системой линейных дифференциальных или разностных уравнений). Помимо агентов, в модели существуют игроки, которые могут влиять на агентов и их взаимодействие, т. е. игроки могут осуществлять *управление* агентами. Зная связь между начальными мнениями, а также структурой социальной сети, и итоговыми мнениями, можно ставить и решать задачу формирования игроками таких начальных мнений у агентов и таких связей между ними (включая как структуру, так и степени доверия), которые были бы равновесием (в том или ином смысле) соответствующей игры. Отметим, что с рассматриваемой точки зрения («соотношения» теоретико-игровых и теоретико-графовых моделей) настоящая работа посвящена играм на социальных сетях.

Третьим примером является использование аппарата сетей Петри [146]. И так далее.

Общим для приведённых примеров, да и для игр на сетях вообще, является следующее. Связь между действиями игроков и результатом, который определяет их выигрыши, описывается в рамках достаточно простой «сети» динамической системой, или системой разностных уравнений и т. п. То есть сеть является моделью взаимодействия игроков (факторов и т. п.). Далее всё сводится к анализу свойств соответствующей динамической системы, а затем — к той или иной классической теоретико-игровой постановке (в общем случае — к динамической игре [95, 120]). Отметим, что несколько в стороне находятся *networking games*, в которых динамики как таковой обычно нет, а решением считается равновесие Вардропы [280].

Более того, если рассматривать сеть как объект управления, то, исследовав свойства этой сети — умея описывать её динамику в зависимости от тех или иных параметров и выделив управляемые переменные (параметры, которые подвергаются целенаправленному изменению со стороны управляющего органа), можно ставить и решать задачи управления. Поясним последнее утверждение.

Задача управления. Обсудим качественно общую постановку задачи управления некоторой системой. Пусть имеется *управляющий орган* и управляемая система (*объект управления*). Состояние управляемой системы зависит от внешних воздействий, воздействий со стороны управляющего органа (управления) и, быть может (если объект управления активен, т. е. также является субъектом, что характерно для социально-экономических, организационных систем), действий самой управляемой системы (рис. 13). Задача управляющего органа заключается в том, чтобы осуществить такие управляющие воздей-

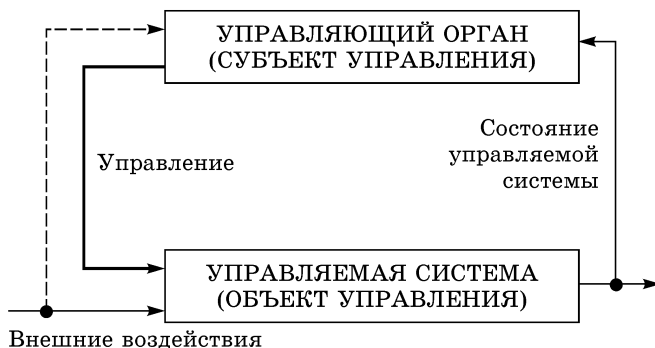


Рис. 13. Структура системы управления

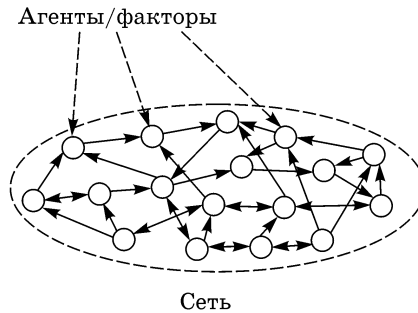


Рис. 14. Сеть как модель объекта (объекта управления)

ствия (жирная линия на рис. 13), чтобы с учётом информации о внешних воздействиях (пунктирная линия на рис. 13) обеспечить требуемое состояние управляемой системы.

Управляемая система может описываться различными способами — системой дифференциальных уравнений, набором логических правил и др., — отражающими зависимость состояний от внешних факторов, управлений, предшествующих состояний и т. д. В частности, может использоваться и та или иная сетевая модель (рис. 14), в которой, например, вершины соответствуют компонентам вектора состояний или агентам — участникам системы, а дуги — их влиянию друг на друга.

В [106] была предложена система классификаций задач управления, в которой основанием являлся предмет, на который оказывается воздействие в процессе управления. Так, были выделены:

- управление составом (набором элементов, входящих в состав управляемой системы);
- управление структурой (связями между элементами);
- институциональное управление (управление ограничениями и нормами деятельности элементов системы);
- мотивационное управление (управление предпочтениями);
- информационное управление (управление информированностью элементов системы — той информацией, которой они обладают на момент принятия решений).

В «сетевой» интерпретации, т. е. когда объект управления описывается графом (причём вершины графа «пассивны», т. е. не обладают собственными предпочтениями и информированностью), получаем, что управление может заключаться в целенаправленном воздействии на следующие компоненты объекта управления (рис. 15):

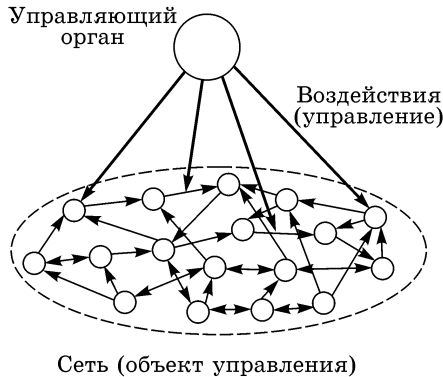


Рис. 15. Управление объектом, описываемым сетью

- состав управляемой системы (т. е. управление может заключаться в удалении или добавлении вершин);
- структуру (связи между элементами) управляемой системы (т. е. управление может заключаться в удалении или добавлении дуг);
- значения параметров, соответствующих вершинам графа (значения состояний) и его дуг (значения параметров, отражающих взаимосвязи между элементами системы).

Применительно к рассматриваемым в настоящей работе социальным сетям, большинство известных на сегодняшний день моделей управления описывает именно воздействия на параметры графа, почти не затрагивая состава сети и его структуры. Поэтому постановка и решение задач управления составом и структурой социальных сетей следует отнести к перспективным направлениям будущих исследований.

Отметим, что изучение «управления сетью» представляет собой самостоятельную нетривиальную задачу, для решения которой может использоваться аппарат исследования операций и оптимального управления. Кроме того, отдельным вопросом является устойчивость, причём как устойчивость, например, по Ляпунову управляемой системы, так и устойчивость решений по параметрам модели (корректность задачи и т. д.) [90, 134].

Усложним рассматриваемую модель, предположив, что существуют несколько (как минимум, два) управляющих органа — *игрока*, каждый из которых может оказывать определённые воздействия на те или иные (контролируемые им) компоненты объекта управления (рис. 16).

Если предпочтения каждого из игроков (их «критерии эффективности» или целевые функции) зависят от состояния управляемого

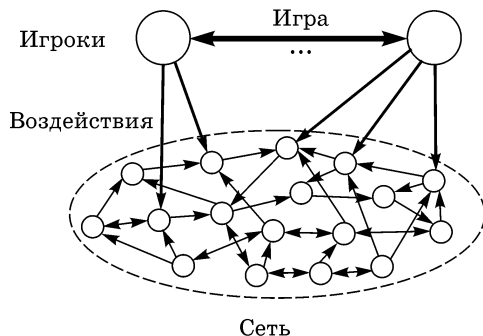


Рис. 16. Игра «на сети» (противоборство)

объекта (определяемого, в общем случае, действиями всех игроков), то получаем игру на сети (см. определение выше).

Предположим, что множество игроков, множества их допустимых действий, целевые функции (определённые на множестве действий и состояний сети) и сеть (включая все её свойства, в том числе — взаимосвязь между действиями игроков и состоянием сети), информированность игроков и порядок принятия ими решений являются общим знанием среди игроков⁶. Совокупность перечисленных параметров задаёт динамическую игру (см. обзоры в [28, 105, 120, 245]), т. е. игра на сети в рассматриваемом случае может быть сведена к динамической игре.

Исследование игр на сетях включает следующие общие этапы:

- 1) описание сети и исследование её динамики;
- 2) описание множества игроков, их предпочтений, информированности, множеств допустимых стратегий и контролируемых ими параметров;
- 3) сведение игры на сети к той или иной известной теоретико-игровой модели (игре в развёрнутой форме, игре в нормальной форме, кооперативной игре и т. д.).

На этом «сетевая» специфика заканчивается и начинается этап классического теоретико-игрового анализа, результаты которого, конечно, должны затем интерпретироваться в «сетевых» терминах. Другими словами, задача заключается в том, чтобы свести исходную «игру на сети» к такой игре, для которой уже применим весь тот богатый инструментарий, который на сегодняшний день накоплен в теории игр.

⁶ То есть перечисленные параметры известны всем игрокам, всем известно, что всем это известно, и т. д. до бесконечности [110]. Отказ от этого предположения приведёт к рассмотрению рефлексивных игр на сетях.

Множество вариантов различных моделей «сетей» и определений игр на них обуславливают необходимость введения соответствующей системы классификаций. При этом возможны две почти независимые системы классификаций — с точки зрения игр и с точки зрения сетей, «на которых» эти игры определяются.

Классификация игр на сетях. Введём систему оснований классификации с точки зрения теории игр, перечислив основания классификации и возможные значения признаков классификации⁷.

1. Вид динамической системы (при наличии в сетевой модели динамики). По этому основанию можно различать *линейные игры* (когда приращения «значений вершин» линейно зависят от значений других вершин, их приращений и «управления») и *нелинейные игры*.

2. Информированность игроков. Возможные значения признаков классификации — параметры и текущие результаты игры являются общим знанием, или общее знание отсутствует. В последнем случае получаем *рефлексивные игры на сетях* (см. в [110] описание рефлексивных игр в нормальной форме). Использование этого класса игр может оказаться эффективным инструментом моделирования информационного противоборства, информационных войн и т. д. [79, 109, 122]. В зависимости от того, какие параметры наблюдаемы для различных игроков, может иметь место *информационная дискриминация* [119] некоторых игроков.

3. Наличие или отсутствие неопределённости (как симметричной, так и асимметричной — когда игроки обладают различной априорной частной информацией, и этот факт является общим знанием). Более простым является детерминированный случай, в то время как, например, *игры на сетях с неопределённостью* (симметричной) могут отражать ситуации принятия решений и/или сценарного моделирования в условиях неопределённости.

4. Дискретность или непрерывность времени. В случае зависимости «значений вершин» от действий только соответствующих игроков получаем классические *дифференциальные игры*, представляющие чрезвычайно развитое и богатое результатами направление теории игр (см. [69, 119, 120] и ссылки в них).

5. Структура целевых функций игроков. Целевая функция каждого игрока может зависеть от динамики «значений всех вершин» (траектории) и его собственного действия. Возможны обобщения, ко-

⁷ По каждому основанию возможно выделение большего числа подклассов (числа значений признаков классификации). Можно также увеличивать и число оснований, заимствуя их из теории оптимального управления, из исследования операций и т. д.

гда выигрыш каждого игрока явным образом зависит от действий всех игроков. Возможны *интегральные критерии*, когда выигрышем игрока является интеграл по времени (быть может, нормированный на продолжительность — *усреднённый критерий*) от траектории и действий игроков, или *терминальные критерии*, когда выигрыши игроков зависят от «значений вершин» в конечный момент времени. Возможно выделение для каждого из игроков собственного множества целевых вершин и т. д.

6. Интервал времени, на котором рассматривается динамика и для которого решается задача управления. Этот интервал может быть *конечным* или *бесконечным*.

7. Структура ограничений. Могут присутствовать только ограничения на индивидуальные действия игроков. Дополнительно могут присутствовать и *ограничения совместной деятельности* [96, 106], или/и индивидуальные ограничения могут задаваться конструктивно (например, в виде ограниченности тех или иных «интегралов» по времени от действий игроков).

8. Дальновидность игроков. В условиях полной информированности и общего знания при конечном интервале времени, на котором рассматривается динамика, игроки могут сразу выбрать вектор своих действий на все будущие периоды времени (так называемое «программное» принятие решений). *Дальновидность игроков*, т. е. число учитываемых ими будущих периодов, может быть меньше интервала времени, на котором рассматривается динамика. Тогда необходимо рассматривать *скользящее принятие решений*, при котором игроки могут брать или не брать на себя обязательства друг перед другом о выборе определённых действий (см. модели динамических активных систем в [105]).

9. Моменты времени выбора игроками своих действий. В частности, возможны следующие варианты: так называемое «импульсное» управление — когда действия игроков явно влияют на изменения значений вершин только в одном (как правило, в начальном) периоде или в течение нескольких первых периодов, а дальше имеет место релаксационная динамика. Управление может быть «непрерывным» — когда действия игроков явным образом влияют на значения вершин в каждом периоде. Наконец⁸, управление может быть *периодическим*.

10. Множества вершин, контролируемых различными игроками. В общем случае в динамической игре динамика значения

⁸ Естественно, в общем случае у каждого игрока может иметься собственная последовательность моментов времени, в которые выбранные им действия в явном виде влияют на изменение значений тех или иных вершин.

каждой вершины зависит от действий всех игроков. В частном случае возможно выделение для каждого игрока множества непосредственно управляемых им вершин графа. Множества вершин, управляемых различными игроками, могут пересекаться или пересечения могут быть запрещены.

11. Последовательность ходов. Игроки могут принимать решения (выбирать действия) *одновременно*. Последовательность выбора игроками действий может быть различна внутри одного временного интервала — получаем в случае двух игроков *многошаговые иерархические игры* [35, 69, 98], в случае большего числа игроков — *многошаговые многоуровневые иерархические игры*. Или различные игроки могут выбирать свои действия в различные временные интервалы — получаем аналог игр в развёрнутой форме или *позиционных игр*.

12. Возможность образования коалиций. Принимая решения, игроки могут обмениваться информацией, договариваться о совместных действиях и перераспределении выигрышей, что приведёт к *кооперативной игре*.

Вторая система оснований классификации (классификации сетевых структур) может быть описана с точки зрения теории графов. Могут использоваться [95]:

- *функциональные графы* (в которых «сила влияния» одной вершины на другую является известной функцией от «значений этих вершин»);
- *графы с запаздыванием* (в которых изменение «значения одной вершины» приводит к изменению «значения другой вершины» с некоторой задержкой);
- *модулируемые графы* (в которых «сила» влияния одной вершины на другую может зависеть от «значения» третьей — модулирующей — вершины);
- *иерархические графы*;
- *вероятностные графы* (в которых каждой дуге, помимо силы связи, поставлена в соответствие вероятность реализации воздействия);
- *нечёткие графы* [77]

и т. д. Различные интерпретации вершин, дуг и «весов» на дугах, а также различные функции, определяющие взаимовлияние вершин, приводят к многообразию возможных моделей сетевых структур.

Промежуточные итоги. Комбинируя различные значения признаков по каждому из перечисленных оснований классификации, а также выбирая тот или иной вид сетевой структуры, можно, с одной стороны, систематически перечислить различные виды игр на сетях.

С другой стороны, любую конкретную игру можно попытаться отнести к тому или иному классу⁹.

Наличие системы классификаций позволяет, имея результаты исследования некоторой игры на сети, систематически генерировать смежные задачи и пытаться переносить или/и обобщать на них полученные результаты.

Полученные на сегодняшний день результаты исследования игр на сетях, заключающиеся, по сути, в корректном сведении некоторых из них к классическим играм в нормальной форме [43, 77, 95] или к рефлексивным играм [110], представляются более чем скромными. Перспективными с теоретической точки зрения видятся такие перспективные задачи будущих исследований, как теоретическое изучение и практическое использование моделей игр на сетях, перечисленных выше в рамках введённой системы их классификаций: нелинейных, рефлексивных, иерархических, кооперативных, описывающих принятие качественных решений (на основе нечётких и/или вероятностных и/или функциональных графов) в условиях неопределённости и др.

⁹ Можно порекомендовать уважаемому читателю повторно вернуться к данной классификации после ознакомления с основным материалом книги, что позволит чётко увидеть место рассмотренных моделей.